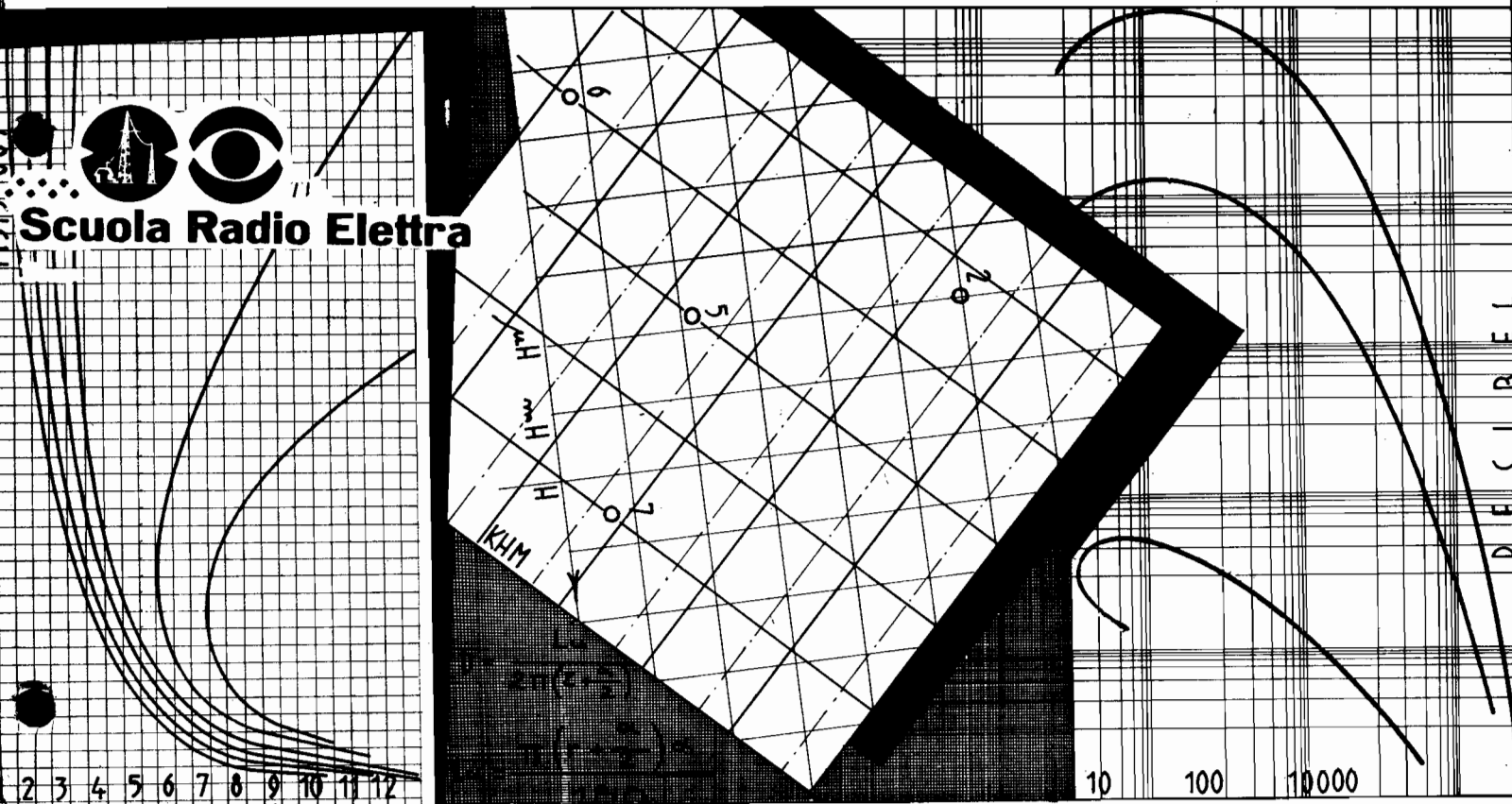


M A T E M A T I C A



CORSO RADIO PER CORRISPONDENZA

(2)

Queste Lezioni di Matematica hanno funzione complementare.

Ciò vuol dire che non sono strettamente indispensabili allo studio della radiotecnica; è però inconcepibile che un tecnico radio, anche se esclusivamente riparatore, non abbia dimestichezza con questi semplici elementi di matematica: la Sua preparazione non sarebbe completa e presto o tardi sentirebbe la necessità di colmare tale lacuna.

I N T R O D U Z I O N E

GRANDEZZA è tutto ciò che è oggetto dei cinque sensi dell'uomo.

Per esempio: il profumo di un fiore, un animale, l'intensità luminosa di una lampadina, la corrente elettrica che percorre un

circuito. Una grandezza può essere misurata, aumentata o diminuita.

Due o più grandezze sono OMOGENEE se sono della stessa specie o natura (per esempio: gli alberi, le valvole di una radio); sono ETEROGENEE se sono di specie o natura diversa (per esempio: un condensatore ed una resistenza elettrica).

Per poter MISURARE una grandezza si deve stabilire un CAMPIONE della stessa specie o natura di questa grandezza. Detto campione si chiama UNITA' DI MISURA o più semplicemente UNITA'.

ESEGUIRE UNA MISURA vuol dire contare quante volte l'unità prescelta è contenuta nella grandezza in esame. Per esempio: per misurare la lunghezza di una strada si può scegliere come unità il chilometro e vedere quante volte il chilometro è contenuto nella strada in esame.

Il risultato della misura esprime una QUANTITA'.

La parola o segno grafico che indica questa quantità si chiama NUMERO.

In altre parole si può dire che il NUMERO è il risultato della operazione di contare.

Se, per esempio, una strada è lunga sette chilometri:

"strada" è la grandezza in esame,

"sette chilometri" è la quantità di chilometri contenuti nella grandezza,

"sette" è il numero che esprime questa quantità,

"chilometro" è l'unità di misura prescelta.

Da un numero si può sempre passare ad un numero maggiore, e quindi si dice che la SERIE NATURALE dei numeri è ILLIMITATA.

Per esprimere graficamente i numeri si usano dei simboli, che si chiamano CIFRE.

Le cifre che compongono i numeri corrispondono alle lettere dell'alfabeto con le quali componiamo le parole.

Le cifre sono DIECI, e precisamente:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Queste cifre sono quelle da noi usate e furono inventate dagli Arabi. Per questo il nostro sistema di numerazione è detto "ARABICO".

I Romani usavano invece alcune lettere maiuscole dell'alfabeto, a cui diedero i seguenti valori:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Il sistema di numerazione romano viene molto raramente usato e quindi tralascio di elencarne tutte le regole, salvo le due principali:

- 1) Ogni lettera scritta a destra di una lettera di valore eguale o maggiore, aggiunge a quest'ultima il proprio valore.

Per esempio:

$$XXX = 10 + 10 + 10 = 30; \quad CX = 100 + 10 = 110;$$

$$MCCLXXVIII = 1000 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 1278.$$

- 2) Le lettere I, X, C, scritte a sinistra di una lettera di valore maggiore, diminuiscono quest'ultima del proprio valore.

Per esempio:

$$IV = 5 - 1 = 4;$$

$$XC = 100 - 10 = 90$$

$$\text{CMXLIX} = (1000 - 100) + (50 - 10) + (10 - 1) = 949.$$

Riprendiamo lo studio del sistema arabico, che attualmente è usato, o per lo meno è conosciuto, in tutto il mondo.

I numeri minori di 9 sono composti da UNA SOLA CIFRA; quelli maggiori di 9 sono composti da DUE O PIU' CIFRE.

Le CIFRE che compongono un numero hanno un VALORE ASSOLUTO O RELATIVO a seconda che si considerino a sè stanti oppure nella posizione che esse occupano rispetto alle altre cifre.

Per esempio: il numero 26.347 è composto dalle cifre:

2, 6, 3, 4, 7

il cui valore assoluto è espresso dal loro simbolo (2,6,3,4,7), ma:

7 rappresenta la quantità "7 unità semplici" o del primo ordine,

4 " " " "4 decine" o unità del secondo ordine,

3 " " " "3 centinaia" o unità del terzo ordine,

6 " " " "6 unità di migliaia" o unità del 4° ord.,

2 " " " "2 decine di migliaia" o unità del 5° ord.

Pertanto PER LEGGERE UN NUMERO lo si scompone idealmente in gruppi di TRE CIFRE a cominciare dalla destra (unità semplici), e si segna questa scomposizione con un puntino in alto.

La denominazione dei singoli gruppi è la seguente:

ecc.	quadri- lioni	trilioni	bilioni o miliardi	milioni	migliaia	unità
	centinaia decine unità	centinaia decine unità	centinaia decine unità	centinaia decine unità	centinaia decine unità	centinaia decine unità

Nell'uso comune è ormai entrata l'abitudine di parlare di "MILIARDI" anzichè di bilioni; di "MIGLIAIA DI MILARDI" anzichè di trilioni, e così via.

In elettrotecnica invece di parlare di MIGLIAIA o di MILIONI di unità di grandezze elettriche si usa rispettivamente il prefisso:

KILO (simbolo K) oppure MEGA (simbolo M).

Così per esempio si dice:

una tensione di 200 kilovolt (kV),
invece che di 200.000 volt ; una resistenza di 10 megaohm ($M\Omega$), in-
vece che di 10.000.000 ohm.

Premesse queste considerazioni e definizioni di carattere più generale, vediamo di richiamare le nozioni fondamentali sulle operazioni aritmetiche necessarie per l'uso delle formule radio-elettriche.

A R I T M E T I C A

L'ARITMETICA è la scienza che studia la rappresentazione e le proprietà dei numeri e che insegna ad eseguire con essi le operazioni opportune, in modo da ottenere un nuovo numero, detto "risultato".

Le operazioni aritmetiche sono sette: addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, elevazione a potenza, estrazione di radice, logaritmi.

Le prime quattro operazioni sono quelle più conosciute e di uso più comune. I logaritmi sono di uso alquanto complesso e non entrano nelle formule radio-elettriche, sicchè nel nostro Corso non li studieremo.

Per ogni operazione indicherò il modo di verificare se essa sia stata eseguita esattamente, e raccomando di fare la "VERIFICA o PROVA" dopo ogni operazione, anche se crederà di aver operato giustamente.

SOMMA o ADDIZIONE di due o più numeri è l'operazione per mezzo della quale si ottiene un nuovo numero che rappresenta la quantità totale di unità espresse dai numeri che vengono sommati.

I numeri che vengono sommati devono rappresentare quantità di GRANDEZZE OMOGENEE, ossia della stessa specie o natura.

Per esempio: $3 \text{ mele} + 8 \text{ mele} = 11 \text{ mele}$; $4 \text{ cani} + 2 \text{ cani} = 6 \text{ cani}$. E' ovvio che sommare: $3 \text{ mele} + 4 \text{ cani}$, non ha alcun senso.

I numeri che vengono sommati si chiamano ADDENDI ed il risultato SOMMA o TOTALE. Il segno dell'operazione è + (più).

PROPRIETA' COMMUTATIVA: si può cambiare l'ordine degli addendi senza alterare il valore totale.

Esempio:

$$\begin{array}{ll} 9 + 15 + 6 = 30; & 6 + 9 + 15 = 30; \\ 15 + 9 + 6 = 30; & 15 + 6 + 9 = 30. \end{array}$$

PROPRIETA' ASSOCIATIVA: si può sostituire ad una somma di addendi una loro somma parziale, senza alterare il valore del totale.

Esempio:

$$\begin{aligned} 3 + 16 + 4 + 27 &= (3 + 16) + 4 + 27 = (3 + 16) + (4 + 27) = \\ &(3 + 4) + 16 + 27 = (3 + 16 + 4) + 27 = \text{ecc.} = 50 \end{aligned}$$

PROVA DELLA SOMMA: basta alterare l'ordine di successione degli addendi ed eseguire nuovamente la somma. Il totale deve essere sempre lo stesso.

Esempio:

143	90	143
272	43	43
43	272	90
90	143	272
548	548	548

SOTTRAZIONE o DIFFERENZA di due numeri è l'operazione per mezzo della quale si ottiene un nuovo numero, detto RESTO o DIFFERENZA, che sommato al minore dei due numeri dati, detto SOTTRAENDO, dà come totale il numero maggiore, detto MINUENDO.

Esempio:

197 - (minuendo)	155 + (resto)
42 (sottraendo)	42 (sottraendo)
155 (resto o differenza)	197 (minuendo)

I numeri che vengono sottratti devono rappresentare quantità di GRANDEZZE OMOGENEE, ossia della stessa specie o natura.

SOTTRAZIONE DI DUE O PIU' NUMERI DA UNO STESSO NUMERO: si può operare in due modi:

- 1°) sottrarre uno alla volta detti numeri dal minuendo e poi dai resti successivi;
- 2°) sommare i vari sottraendi e sottrarre questo totale dal minuendo.

Esempio:

$$715 - 133 - 92 - 216 = 274$$

Infatti:

1°)	$\begin{array}{r} 715 - \\ 133 \\ \hline 582 \end{array}$	$\begin{array}{r} 582 - \\ 92 \\ \hline 490 \end{array}$	$\begin{array}{r} 490 - \\ 216 \\ \hline 274 \end{array}$	2°)	$\begin{array}{r} 133 + \\ 92 \\ 216 \\ \hline 441 \end{array}$	$\begin{array}{r} 715 - \\ 441 \\ \hline 274 \end{array}$
-----	---	--	---	-----	---	---

PROVA DELLA SOTTRAZIONE: basta sommare il resto del sottraendo e verificare se si ottiene il minuendo.
(ved. esercizio pagina precedente)

MOLTIPLICAZIONE o PRODOTTO di due numeri è l'operazione per mezzo della quale si ottiene la somma di tanti addendi eguali al primo numero quante sono le unità espresse dal secondo.

Il primo numero si chiama MOLTIPLICANDO, il secondo MOLTIPLICATORE. Più comunemente si chiamano entrambi FATTORI.

Il risultato della moltiplicazione si chiama PRODOTTO.

Vediamo un esempio che chiarirà il concetto di questa operazione e ne mostrerà l'utilità pratica.

Supponiamo, per esempio, che un impiegato metta da parte 500 lire alla fine di ogni mese. Quanto avrà risparmiato dopo sei mesi?

Bisogna sommare sei addendi uguali a 500:

$$500 + 500 + 500 + 500 + 500 + 500 = 3.000 \text{ lire.}$$

Più semplicemente si può moltiplicare 500 per 6 ed ottenere lo stesso risultato:

$$500 \times 6 = 3.000$$

Nell'esempio citato il vantaggio della moltiplicazione è solo in parte apprezzabile, dato che si tratta di numeri piccoli.

Se però il nostro impiegato mettesse da parte ogni mese 637 lire e volesse sapere quanto avrà risparmiato dopo 10 anni, ossia dopo 120 mesi, (dato che in un anno vi sono 12 mesi), dovrà sommare 120 volte il numero 637. L'operazione sarà lunga. Se invece moltiplica 637×120 ottiene subito il risultato:

$$\begin{array}{r} 637 \times \\ 120 \\ \hline 12740 \\ 637-- \\ \hline \end{array}$$

76440 (lire risparmiate dall'impiegato).

E' evidente che lo stesso risultato poteva ottenersi moltiplicando: 120×637 . Infatti:

$$\begin{array}{r} 120 \times \\ 637 \\ \hline 840 \\ 360- \\ 720-- \\ \hline \end{array}$$

76440 (lire risparmiate dall'impiegato).

Abbiamo così trovato una delle proprietà della moltiplicazione.

PROPRIETA' COMMUTATIVA: il prodotto di due o più numeri non cambia mutando l'ordine dei fattori.

Riportiamo qui la TAVOLA PITAGORICA per i primi dieci numeri, dato che è bene saperla a memoria per potere eseguire con prontezza il prodotto di due numeri qualunque.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

USO DELLA TAVOLA PITAGORICA: si cerca il moltiplicando nella prima colonna di sinistra ed il moltiplicatore nella prima riga oriz-

zontale in alto. Il risultato si trova nel punto d'incontro della riga in cui si trova il moltiplicando e della colonna in cui si trova il moltiplicatore.

Per esempio: sia da moltiplicare: 8×7 . Il risultato deve trovarsi sulla terz'ultima riga orizzontale (che comincia con 8) e sulla quart'ultima colonna (che comincia con 7). Al loro incrocio leggiamo 56, risultato del prodotto di 8×7 .

PRODOTTO DI PIU' FATTORI: si deve eseguire il prodotto di due fattori, poi moltiplicare il prodotto ottenuto per un altro fattore e così di seguito fino ad esaurimento dei fattori.

Per esempio: $14 \times 172 \times 3 \times 98 = 707.952$. Infatti:

14 x	42 x	4116 x
3	98	172
42	336	8232
	378-	28812-
		4116--
	4116	
		707952

PRODOTTO DI UNA SOMMA PER UN NUMERO: si può operare in due modi:

- 1°) Si esegue la somma e si moltiplica il totale per il moltiplicatore;
- 2°) Si moltiplica ciascun addendo della somma per il moltiplicatore e si sommano i vari prodotti ottenuti.

Per esempio: $(42 + 16 + 257) \times 3 = 945$

$$\begin{array}{r}
 1^{\circ}) \quad \begin{array}{r} 42 + \\ 16 + \\ 257 \\ \hline 315 \end{array} \quad \begin{array}{r} 315 \times \\ 3 \\ \hline 945 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2^{\circ}) \quad \begin{array}{r} 42 \times 3 = 126 \\ 16 \times 3 = 48 \\ 257 \times 3 = 771 \\ \hline 945 \end{array}
 \end{array}$$

PROVA DELLA MOLTIPLICAZIONE: basta scambiare il moltiplicando col moltiplicatore e verificare che il prodotto è lo stesso.

(Ved. proprietà commutativa e l'esempio ivi riportato).

DIVISIONE o QUOZIENTE di due numeri è l'operazione per mezzo della quale si ottiene un nuovo numero, detto QUOZIENTE, che rappresenta quante volte il minore dei numeri dati, detto DIVISORE, è contenuto

nel numero maggiore, detto DIVIDENDO.

Per rappresentare graficamente l'operazione di quoziente si usa il simbolo : fra il dividendo ed il divisore (per esempio $453 : 3$), oppure il segno di frazione ($\frac{453}{3}$) di cui parleremo in una prossima lezione.

Se il divisore è contenuto un NUMERO INTERO DI VOLTE nel dividendo, il quoziente si dice ESATTO. Per esempio:

(dividendo)	$345 : \underline{15}$	(divisore)
	$\begin{array}{r} 30 \\ \hline \end{array} \quad 23$	(quoziente)
	-45	
	$\begin{array}{r} 45 \\ \hline \end{array}$	
	-0	

Se invece il divisore NON è contenuto un numero intero di volte nel dividendo, il quoziente NON E' ESATTO ed il risultato della divisione è un quoziente più un RESTO.

Per esempio:

$$\begin{array}{r}
 349 : \underline{15} \\
 30 \quad 23 \quad (\text{quoziente}) \\
 \hline
 -49 \\
 45 \\
 \hline
 -4 \quad (\text{resto})
 \end{array}$$

Si dice che: "349 diviso per 15 dà per quoziente 23 e resto 4".

QUOZIENTE DI UN NUMERO PER DIVERSI NUMERI: si può operare in due modi:

- 1°) dividere il dividendo per uno dei divisori, poi dividere il quoziente ottenuto per un altro divisore e così di seguito fino ad esaurimento dei divisori.

Per esempio: sia da eseguire il quoziente di:

$$\begin{array}{r}
 \underline{12.792} \\
 6 \times 41 \times 13
 \end{array}$$

Si procede così:

$$\begin{array}{r}
 12.792 : \underline{6} \\
 \underline{12} 2132 \\
 -07 \\
 6 \\
 \underline{} \\
 -19 \\
 18 \\
 \underline{} \\
 -12 \\
 12 \\
 \underline{} \\
 -0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2132 : \underline{13} \\
 \underline{13} 164 \\
 -83 \\
 78 \\
 \underline{} \\
 -52 \\
 52 \\
 \underline{} \\
 -0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 164 : \underline{41} \\
 \underline{164} 4 \text{ (quoziente} \\
 \text{totale).} \\
 --0
 \end{array}$$

2°) Moltiplicare i vari divisori fra di loro e dividere il dividendo per il prodotto totale dei divisori.

Per esempio: sia da eseguire lo stesso quoziente precedente:

$$\begin{array}{r}
 \underline{12.792} \\
 6 \times 41 \times 13
 \end{array}$$

Si procede così:

$$\begin{array}{r}
 41 \times \\
 \underline{6} \\
 246
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 246 \times \\
 \underline{13} \\
 738 \\
 246- \\
 \hline
 3198
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12.792 : \underline{3.198} \\
 \underline{12.792} \\
 \text{-----} 0
 \end{array}
 \qquad
 4 \text{ (quoziente totale).}$$

Nel caso che il quoziente NON SIA ESATTO, usando i due metodi sopra esposti si otterrebbero QUOZIENTI EGUALI ma RESTI DIFFERENTI.

Nei casi pratici bastano in genere dei risultati approssimati, sicchè l'USO DEI DUE METODI E' INDIFFERENTE, non avendo importanza il valore del resto.

Se però interessa avere il VALORE DEL RESTO, bisogna operare col SECONDO METODO.

QUOZIENTE DI UN PRODOTTO PER UN NUMERO: basta dividere UNO SOLO dei fattori per il divisore, con la condizione che detto quoziente sia

esatto.

In caso contrario bisogna fare prima il prodotto e dividerlo poi per il divisore.

Esempio:

$$(4 \times 15 \times 35) : 5 = (4 \times 35) \times (15 : 5) = (4 \times 15) \times (35 : 5)$$

QUOZIENTE DI UNA SOMMA O DIFFERENZA PER UN NUMERO: il metodo più pratico è quello di operare prima la somma o differenza e poi dividere il risultato per il divisore.

Esempio: $(47 - 25) : 6$

$$\begin{array}{r} 47 - \\ 25 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 : 6 \\ 18 \\ \hline 3 \text{ (quoziente)} \\ -4 \text{ (resto)} \end{array}$$

PROVA DELLA DIVISIONE: basta moltiplicare il quoziente per il divisore, sommare a questo prodotto il resto eventuale e verificare che il totale così

ottenuto sia eguale al dividendo.

Esempio:

(divid.)	59	:	<u>7</u>	(divis.)	(quoz.)	8	x	(prod.)	56	+
	56		8	(quoz.)	(divis.)	7		(resto)	3	
	-3			(resto)	(prod.)	56		(quoz. totale)	59	

CRITERI DI DIVISIBILITA'

1°) Qualunque numero è divisibile per l'UNITA', ed il quoziente è SEMPRE il numero stesso.

Esempio: $29 : 1 = 29;$ $62 : 1 = 62.$

2°) Qualunque numero è divisibile per SE STESSO, ed il quoziente è SEMPRE l'unità.

Esempio: $33 : 33 = 1;$ $453 : 453 = 1.$

- 3°) Un numero è divisibile per 2 se l'ultima cifra a destra è PARI, ossia se è: 0, 2, 4, 6, 8.
- 4°) Un numero è divisibile per 5 se l'ultima cifra a destra è 0 o 5.
- 5°) Un numero è divisibile per 4 o 25 se il numero formato dalle ultime due cifre a destra è divisibile per 4 o per 25.

Esempio: 420 è divisibile per 4 perchè $20 : 4 = 5$

575 " " " 25 " $75 : 25 = 3$.

- 6°) Un numero è divisibile per 3 o per 9 se è divisibile per 3 o per 9 la somma dei valori assoluti delle cifre che compongono il numero.

Esempio: 93 è divisibile per 3 perchè $9 + 3 = 12$ e $12 : 3 = 4$.

93 non è divisibile per 9 perchè $9 + 3 = 12$ ma 12 non è divisibile per 9.

Per sapere quale RESTO si otterrà DIVIDENDO UN NUMERO PER 9, si sommano le cifre che compongono il numero dato e si ottiene un primo totale.

Si sommano le cifre di questo primo totale e si ottiene un secondo totale. Si continua nello stesso modo finchè si ottiene un

totale che è minore di 9 e che rappresenta il resto cercato.

Esempio:

57.391 : 9 dà come resto 7, perchè $5+7+3+9+1 = 25$; $2 + 5 = 7$

41.373 : 9 " " " 0, " $4+1+3+7+3 = 18$; $1 + 8 = 9$
che è esattamente divisibile per 9.

Ricordiamo ancora brevemente il metodo più usato per la prova della moltiplicazione e della divisione, metodo che è molto semplice e molto più rapido di quelli prima esposti. Questo metodo consiste nella PROVA DEL NOVE.

PROVA DEL NOVE PER LA MOLTIPLICAZIONE: si dividono i due fattori per nove e si ottengono i due resti.

Si divide per nove il prodotto di questi due resti e si ottiene un terzo resto. Questo resto deve essere eguale al resto ottenuto dividendo per nove il prodotto dei due fattori dati. Esempio:

942 x	$9+4+2 = 15$	$1+5 = 6$ (resto)	
<u>316</u>	$3+1+6 = 10$	$1+0 = 1$ (resto)	$6 \times 1 = 6$
5652	$2+9+7+6+7+2 = 33$	$3+3 = \underline{6}$ (resto)	
942-			
<u>2826--</u>			
297672			

Il prodotto dei resti dei due fattori ($6 \times 1 = 6$) risulta eguale al resto del prodotto dei due fattori (6), e quindi la moltiplicazione è giusta.

PROVA DEL NOVE PER LA DIVISIONE: si dividono per nove il divisore, il quoziente ed il resto, e si ottengono i tre resti. Si moltiplica fra di loro i due primi resti ed al prodotto si somma il terzo resto. Si divide il totale per nove e si ottiene un quarto resto. Questo resto deve essere eguale al resto ottenuto dividendo per nove il dividendo.

Esempio:

$$\begin{array}{r} 4753 : \underline{83} \\ \underline{415} 57 \\ -603 \\ \underline{581} \\ -22 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 8 + 3 = 11 & 1 + 1 = 2 \quad (\text{resto}) \\ 5 + 7 = 12 & 1 + 2 = 3 \quad (\text{resto}) \\ 2 + 2 = 4 & (\text{resto}) \end{array}$$

$$(2 \times 3) + 4 = 10; \quad 1 + 0 = \underline{1} \quad (\text{resto})$$

$$4 + 7 + 5 + 3 = 19; \quad 1 + 9 = 10; \quad 1 + 0 = \underline{1} \quad (\text{resto})$$

Essendo eguali i due ultimi resti, la divisione è giusta.

- - - - -

(2)

ESERCIZI DI RIPETIZIONE SULLA 1^a LEZ. DI MATEMATICA

- 1) Che cosa si intende per "grandezza" ?
- 2) Che cosa significa misurare una grandezza ?
- 3) Quanti milioni rappresenta un trilione ?
- 4) Quale è il significato di K (Kilo) e M (Mega) prefissi ad una unità di misura ?
- 5) Quali grandezze si possono sommare o sottrarre tra loro ?
- 6) Come si chiamano i numeri che compaiono nella sottrazione ? E nella moltiplicazione ? E nella divisione ?
- 7) In che cosa consiste la proprietà commutativa della somma e del prodotto ?
- 8) Come si moltiplica una somma per un numero ?

- 9) Come si esegue il prodotto di parecchi numeri ? E la divisione di un numero per diversi numeri ?
- 10) Che cosa sono i criteri di divisibilità ? Li esponga.
- 11) Esegua le seguenti operazioni e ne faccia la prova : $413 + 18$; $4 + 2716 + 422 + 81$; $8.549 + 218$; $156 - 44$; $215 - 39$; $416 - 278$; $2.544 - 976$; 41×24 ; 276×14 ; 815×176 ; 4.174×64 ; $2.538 : 18$; $4.714 : 44$; $6.436 : 21$; $7.807 : 127$; $3.345 : 249$; $227 \times (15 + 49)$; $547 \times (59 + 63)$; $812 \times (43 + 76)$; $82.185 : (15 \times 4 \times 36)$; $27.412 (12 \times 9 \times 23)$.

(3)

ELEVAZIONE A POTENZA

Studieremo ora altre due operazioni aritmetiche, ELEVAZIONE DI POTENZA ed ESTRAZIONE DI RADICE, tralasciando l'ultima, l'ESTRAZIONE DEI LOGARITMI, che come abbiamo detto è di uso poco comune nelle formule di Radiotecnica.

ELEVAZIONE A POTENZA: l'operazione si indica nel seguente modo:

Esempio: 5^6 ; 3^7 ; 9^3 ; 7^2 e si legge:

cinque alla sesta, tre alla settima, nove al cubo (oppure alla terza), sette al quadrato (oppure alla seconda).

I numeri in basso (5, 3, 9, 7) si chiamano "BASE"

I numeri in alto a destra (6, 7, 3, 2) si chiamano "ESPONENTE".

POTENZA è il risultato dell'operazione.

Per ELEVARE A POTENZA un numero (base) si moltiplica detto numero per se stesso tante volte quante sono le unità espresse dal numero (esponente) che indica la potenza.

Per esempio:

$$5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5; \quad 9^3 = 9 \times 9 \times 9;$$

$$16^2 = 16 \times 16$$

Nelle formule per Radiotecnici le potenze più usate sono quelle con esponente DUE o TRE. Si dice allora che la base è elevata "AL QUADRATO" oppure "AL CUBO" rispettivamente.

Sono di uso comune le tabelle che danno i quadrati ed i cubi dei numeri da UNO a CENTO, e qualche volta fino a MILLE, e che sono trascritte nel FORMULARIO del Corso Radio.

Indichiamo qui alcune potenze più facili da ricordare:

NUMERO (base)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
QUADRATO	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
CUBO	0	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

POTENZA DI UN PRODOTTO: si eleva ciascun fattore alla potenza indicata dall'esponente e si moltiplicano fra di loro i vari risultati.

Esempio: $(5 \times 3 \times 8)^2 = 5^2 \times 3^2 \times 8^2$

POTENZA DI UNA SOMMA: si sommano gli addendi e si eleva il totale alla potenza.

Esempio: $(4 + 9 + 2)^3 = 15^3$

PRODOTTO DI DUE O PIU' POTENZE DI UNO STESSO NUMERO: si eleva questo numero alla potenza che ha per esponente la somma degli esponenti delle potenze date.

Esempio: $3^2 \times 3^5 \times 3^9 = 3^{2+5+9} = 3^{16}$

QUOZIENTE DI DUE POTENZE DI UNO STESSO NUMERO: si eleva questo numero alla potenza che ha per esponente la differenza fra l'esponente del dividendo e l'esponente del divisore.

Esempio: $4^6 : 4^4 = 4^{6-4} = 4^2$

POTENZA DI UNA POTENZA DI UN NUMERO: si eleva questo numero alla potenza che ha per esponente il prodotto degli esponenti dati.

Esempio: $(4^3)^5 = 4^{3 \times 5} = 4^{15}$; $(7^2)^6 = 7^{2 \times 6} = 7^{12}$

POTENZE NOTEVOLI:

1°) Qualunque numero elevato alla PRIMA potenza (esponente 1) è uguale a se stesso.

Esempio: $32^1 = 32$; $9^1 = 9$

2°) Qualunque numero elevato alla potenza ZERO è uguale all'UNITÀ'.

Esempio: $47^0 = 1$; $13^0 = 1$; $5^2 : 5^2 = 5^{2-2} = 5^0 = 1$.

3°) La base DIECI elevata ad un esponente qualunque equivale al numero formato dall'unità seguita da tanti zeri quante sono le unità espresse dall'esponente.

Esempio: $10^3 = 1.000$; $10^6 = 1.000.000$; $10^1 = 10$

Le potenze di DIECI sono di uso molto pratico e frequente e permettono di usare piccoli numeri invece che numeri grandi.

Così per esempio invece di dire che una resistenza di 15 MΩ (mega-ohm) equivale a 15.000.000 Ω, si dice che equivale a $15 \times 10^6 \Omega$.

Una tensione di 20 kV (kilovolt) equivale a 20.000 V, ossia a 20×10^3 V.

ESTRAZIONE DI RADICE: l'operazione si indica nel seguente modo:

Esempio: $\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[6]{531}$; $\sqrt[4]{96}$

e si legge:

radice cubica di 8; radice sesta di 531; radice quarta di 96.

Il simbolo $\sqrt{}$ si chiama "SEGNO DI RADICE".

I numeri che sono sotto al segno di radice (8, 531, 96) si chiamano "RADICANDO".

I numeri in alto a sinistra (3,6,4) sul segno di radice si chiamano "INDICE".

L'indice DUE non si scrive mai, e il simbolo si legge "RADICE QUADRATA".

RADICE è il risultato dell'operazione che stiamo studiando e che si propone di trovare qual'è il numero che, moltiplicato per se stesso tante volte quante sono le unità espresse dall'indice, dà come prodotto il radicando.

Esempio:

$$25 = 5 \text{ perchè: } 5 \times 5 = 25; \quad \sqrt[4]{16} = 2 \text{ perchè } 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16.$$

Nelle formule per i Radiotecnici le radici più usate sono quelle di INDICE DUE (che non si scrive) oppure TRE.

Si dice allora che si estrae la RADICE QUADRATA o CUBICA del radicando.

Sono di uso comune le tabelle che danno le radici quadrate o cubiche dei numeri da UNO a CENTO, e qualche volta fino a MILLE, e che

sono trascritte nel Formulario del Corso Radio.

Per l'estrazione delle radici si ricorre o a tabelle oppure ai logaritmi. Per il nostro Corso basterà saper estrarre le radici quadrate e usare le tabelle del Formulario, come indicheremo più avanti.

ESTRAZIONE DELLA RADICE QUADRATA DI UN NUMERO: riferiamoci ad un
esempio: $\sqrt{53792}$.

- 1°) Si divide il numero in gruppi di DUE CIFRE cominciando dalla destra, e si separano con un puntino in alto i vari gruppi fra di loro.

Il primo gruppo a sinistra potrà quindi essere formato da una o due cifre, a seconda che il radicando sia formato da un numero dispari o pari di cifre; questo però non ha alcuna importanza.

- 2°) Si considera il numero formato dal primo gruppo a sinistra, e si cerca qual'è il numero (radice) che, elevato al quadrato, dà il numero più vicino (minore o al massimo eguale) al primo gruppo.

Nel nostro caso il primo gruppo a sinistra
forma il numero 5, e la radice cercata è 2

$$\sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92}$$

perchè $2^2 = 4$, che è minore di 5.

- 3°) Si scrive la radice trovata a destra del radicando, interponendo una linea verticale che si prolunga verso il basso. Detta radice costituisce la prima cifra del numero che sarà la radice del radicando dato.
Nel nostro caso:

$$\sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \hline \end{array}$$

- 4°) Si scrive il quadrato della radice trovata sotto al primo gruppo a sinistra, e si fa la differenza, ottenendo un primo resto.
Nel nostro caso:

$$\begin{array}{r} \sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \hline \end{array} \\ 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

- 5°) Accanto al resto trovato si abbassa il secondo gruppo del radicando, e si separa con un puntino in alto l'ultima cifra a destra del numero così ottenuto.

Nel nostro caso:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92} & 2 \\ 4 & \\ \hline & 13 \cdot 7 \end{array}$$

6°) Sotto la prima cifra già trovata della radice si scrive il doppio di essa, interponendo una linea orizzontale.

Nel nostro caso:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92} & 2 \\ 4 & \\ \hline & 4 \\ & 13 \cdot 7 \end{array}$$

7°) Si divide la parte di sinistra del primo resto, con a fianco il secondo gruppo, per il doppio della radice, e si scrive il quoziente di fianco al doppio della radice.

Si moltiplica il numero così ottenuto per il quoziente e si sottrae questo prodotto dal primo resto con a fianco il secondo gruppo del radicando.

SE E' POSSIBILE eseguire la sottrazione, si ottiene un secondo

resto (nel nostro caso 8) ed il quoziente (nel nostro caso: 3) costituisce la seconda cifra della radice, e quindi si scrive di fianco alla prima cifra già trovata.

SE INVECE NON E' POSSIBILE eseguire la differenza, si diminuisce il quoziente (e quindi anche il moltiplicatore) di una unità, fino ad ottenere un prodotto che permetta di eseguire la differenza. Nel nostro caso:

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92} & 2 \\
 4 & \\
 \hline
 13 \cdot 7 & 43 \\
 12 \ 9 & 3 \\
 \hline
 -- 8 & 129
 \end{array}$$

$$13 : 4 = 3 \quad (\text{resto } 1)$$

- 8°) Accanto al secondo resto trovato si abbassa il terzo gruppo del radicando, e si separa con un puntino in alto l'ultima cifra a destra del numero così ottenuto.

Nel nostro caso:

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92} & 23 \\
 4 & \\
 \hline
 13 \cdot 7 & 43 \\
 12 \ 9 & 3 \\
 \hline
 -- 89 \cdot 2 & 129
 \end{array}$$

$$13 : 4 = 3 \text{ (resto 1)}$$

9°) Di fianco all'operazione di moltiplicazione prima eseguita si scrive il doppio del numero formato dalle due cifre già trovate della radice, interponendo una linea verticale.

Nel nostro caso:

$$\begin{array}{r|l|l}
 \sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92} & 23 & \\
 4 & & \\
 \hline
 13 \cdot 7 & 43 & 46 \\
 12 \ 9 & 3 & \\
 \hline
 -- 89 \cdot 2 & 129 &
 \end{array}$$

$$13 : 4 = 3 \text{ (resto 1)}$$

- 10°) Si divide la parte sinistra del secondo resto con a fianco il terzo gruppo per il doppio della radice, e si scrive il quoziente di fianco al doppio della radice.
Si moltiplica il numero così ottenuto per il quoziente e si sottrae questo prodotto dal secondo resto con a fianco il terzo gruppo del radicando.

Nel nostro caso:

$\sqrt{5 \cdot 37 \cdot 92}$ 4 13 · 7 12 9 -- 89 · 2 46 1 43 1	231 43 3 129	461 1 461
--	---	--

$$13 : 4 = 3 \text{ (resto 1)}$$

$$89 : 46 = 1 \text{ (resto 43)}$$

- 11°) Si prosegue in modo analogo fino ad esaurire tutti i gruppi in cui si è diviso il radicando, e l'ultimo resto della radice.
Nel caso che l'ultimo resto sia ZERO, si dice che la radice è ESATTA.

Nel nostro caso:

la radice non è esatta, perchè il resto è: 431.

ALTRO ESEMPIO DI ESTRAZIONE DI RADICE:

- La radice del primo gruppo a sinistra è 6.
- Si sottrae il suo quadrato dal primo gruppo e si ottiene il primo resto, che è zero.
- Si abbassa il secondo gruppo (48) e si separa con un puntino l'ultima cifra a destra (8).
- Si raddoppia la parte della radice finora trovata (2 x 6) e si fa la divisione 4 : 12. Questa divisione non si può fare; pertanto la seconda cifra della radice è zero.
- Si abbassa allora il terzo gruppo (17) e si separa l'ultima cifra a destra (7).

$\sqrt{36 \cdot 48 \cdot 17 \cdot 51}$ 36 $-04 \cdot 81 \cdot 7$ 4 81 6 - -- 15 · 1	6040 12 1204 1208 4 4816
---	--

- Si raddoppia la parte di radice finora trovata (2×60) e si fa la divisione: $481 : 120 = 4$ (resto 1).
- Si pone il quoziente di questa divisione di fianco al doppio della parte di radice finora trovata e si moltiplica il numero così formato (1204) per detto quoziente.
- Si sottrae questo prodotto (4816) al resto prima trovato (4817). La differenza può eseguirsi e quindi 4 è la terza cifra della radice.
- A fianco della differenza (1) si abbassa il quarto gruppo (51) e si fa la divisione: $15 : 1208$. Questa divisione non si può fare; quindi la quarta cifra della radice è zero.
- Dato che abbiamo esaurito i gruppi da abbassare del radicando, risulta che:

$$\sqrt{36'481'751} = 6'040 \text{ con resto: } 151$$

IMPORTANTE: verificare sempre che la radice ottenuta abbia tante cifre quanti sono i gruppi in cui è stato diviso il radicando.

PROVA DELLA RADICE QUADRATA: si fa il quadrato della radice trovata e gli si aggiunge il resto. Il totale deve essere eguale al radicando.

Nell'esempio di prima:

$$\begin{array}{r}
 6 \cdot 040 \times \\
 6 \cdot 040 \\
 \hline
 241 \ 600 \\
 36 \ 240 \ 0-- \\
 \hline
 36 \cdot 481 \cdot 600
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 36 \cdot 481 \cdot 600 + \\
 151 \\
 \hline
 36 \cdot 481 \cdot 751
 \end{array}$$

Il totale è eguale al radicando, sicchè la radice ed il resto ottenuti sono giusti.

Prima di finire questa lezione e di passare allo studio dei numeri decimali e delle frazioni, ricordiamo che nelle formule non si usa quasi mai esprimere una radice di indice qualsiasi (per esempio: $\sqrt[n]{}$, essendo n un numero qualsiasi) col simbolo

$$\sqrt[n]{}$$

Di solito si usa l'ESPRESSIONE DELLA POTENZA, in cui però l'ESPO-NENTE è una FRAZIONE che in alto (numeratore) ha l'UNITA', ed in basso (denominatore) ha l'indice della radice.

Così si scriverà:

$$314^{1/3} \text{ invece che: } \sqrt[3]{314}; \quad 87^{1/2} \text{ invece che: } \sqrt{87}.$$

Molte volte il numeratore dell'esponente è diverso da UNO. Vuol dire che la radice ha l'INDICE UGUALE AL DENOMINATORE dell'esponente, e che il radicando è elevato alla POTENZA DI ESPONENTE EGUALE AL NUMERATORE dell'esponente.

Esempio:

$$482^{3/2} = \sqrt{482^3}; \quad 35^{2/3} = \sqrt[3]{35^2}$$

Siccome le radici sono delle potenze con esponente frazionario, le operazioni che si devono eseguire con le radici (somme, prodotti, quozienti) si risolvono nello stesso modo indicato per le potenze dopo aver scritto le RADICI SOTTO FORMA DI POTENZA con esponente frazionario.

Ricordiamo solo che la RADICE DI UNA SOMMA è DIVERSA dalla SOMMA DI PIU' RADICI.

$$\text{Infatti: } \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61} = 7,8; \quad \sqrt{25} + \sqrt{36} = 5 + 6 = 11$$

- - - - -

(3)

RISPOSTE AGLI ESERCIZI SULLA 1 MATEMATICA

- 1) Ciò che cade sotto i nostri sensi.
- 2) Fare il rapporto tra la grandezza da misurare ed una grandezza campione presa come unità.
- 3) Un milione di milioni.
- 4) K moltiplica l'unità per 1.000 e M per 1.000.000.
- 5) Le grandezze omogenee, ossia della stessa specie.
- 6) Minuendo, sottraendo e resto. Moltiplicando, moltiplicatore e prodotto. Dividendo, divisore, quoziente e resto.
- 7) Invertendo l'ordine degli addendi (o dei fattori) la somma (o il prodotto) non cambia.

- b) Si può moltiplicare il numero per ciascuno degli addendi, e fare poi la somma di tutti i prodotti, oppure fare prima la somma, e moltiplicare poi il numero per il totale.
- 9) Si moltiplica il primo numero per il secondo, il prodotto per il terzo e così via.
Si può dividere il dividendo per il primo divisore, poi dividere il quoziente per il secondo divisore, e così via, oppure, dividere il dividendo per il prodotto dei divisori.
- 10) Sono regole facili per il riconoscimento di alcuni dei divisori di un numero.
- a) Tutti i numeri sono divisibili per se stessi e per l'unità.
Un numero è divisibile per:
 - b) 2 se l'ultima cifra è pari
 - c) 5 se l'ultima cifra è 0 o 5
 - d) 4 o 25 se il numero formato dalle ultime due cifre è divisibile rispettivamente per 4 o per 25
 - e) 3 o 9 se la somma di tutte le cifre è divisibile per 3 o 9 rispettivamente.
- 11) $413 + 18 = 431$; $4 + 2716 + 422 + 81 = 3223$; $8549 + 218 = 8767$;
 $156 - 44 = 112$; $215 - 39 = 176$; $416 - 278 = 138$;

$2544 - 976 = 1568$; $41 \times 24 = 984$; $276 \times 14 = 3864$;
 $815 \times 176 = 143.440$; $4174 \times 64 = 267.136$; $2538 : 18 = 141$;
 $4714 : 44 = 107,136363$; $6436 : 21 = 306,47619$;
 $7807 : 127 = 61,47244$; $3345 : 249 = 13,433734$;
 $227 \times (15 + 49) = 227 \times 64 = 14.528$;
 $547 \times (59 + 63) = 547 \times 122 = 66.734$;
 $812 \times (43 + 76) = 812 \times 119 = 96.628$;
 $82.185 : (15 \times 4 \times 36) = 82.185 : 2160 = 38,048611$;
 $27.412 (12 \times 9 \times 23) = 27.412 \times 2484 = 68.091.408$.

- - - - -

(3)

ESERCIZI DI RIPETIZIONE SULLA 2a MATEMATICA

- 1) Come si esegue l'elevazione a potenza?
- 2) Esegua le seguenti elevazioni a potenza:
 13^2 ; 7^3 ; 28^2 ; 2^8 ; 15^3 ; 27^0 ; 10^3 ; 10^8 .
- 3) Come si esegue la potenza di un prodotto?
- 4) Come si esegue la potenza di una somma?
- 5) Come si esegue il prodotto di più potenze aventi la stessa base?
- 6) Come si esegue l'elevazione a potenza della potenza di un numero?
- 7) Che cosa significa eseguire una estrazione di radice?

- 8) Come si esegue la prova della radice quádrrata?
- 9) Esegua l'estrazione di radice quadrata dai seguenti numeri, e ne faccia la prova:

41731; 452472; 23454; 722816.

- - - - -

(5)

NUMERI DECIMALI

Molte grandezze possono essere divise (almeno in teoria) in un certo numero di parti, senza perdere la loro natura o le loro qualità.

Per esempio:

una strada può essere divisa in: 2, 30, 1.000.000 di parti

una mela può essere divisa in: 3, 50, 1.000 pezzettini (per lo meno teoricamente).

Molte altre grandezze NON possono essere divise, perchè perderebbero la loro natura.

Per esempio: è assurdo parlare di mezzo uomo, di un quinto di cavallo, ecc. finchè si intende parlare di mezzo uomo VIVO, di un quinto di cavallo VIVO, come è nella natura degli uomini o dei cavalli.

Per parlare di FRAZIONI di una grandezza bisogna quindi riferirsi a grandezze che non perdono la loro natura quando vengono divise.

Il simbolo usato è quello già indicato quando abbiamo parlato della divisione, ossia per esempio:

$$\frac{43}{5} ; \quad \frac{16}{427} ; \quad \frac{4}{9} .$$

Il numero in alto (dividendo) si chiama NUMERATORE.

Il numero in basso (divisore) si chiama DENOMINATORE.

Il trattino orizzontale si chiama SEGNO DI FRAZIONE ed era già usato dai Greci e dagli Egizi.

Nelle frazioni non importa che il numeratore (dividendo) sia maggiore o minore del denominatore (divisore), perchè il loro quoziente si può sempre eseguire ricorrendo ai NUMERI DECIMALI.

NUMERI DECIMALI: sono frazioni il cui DENOMINATORE E' DIECI oppure una POTENZA DI DIECI, per esempio:

100, 1.000, 1.000.000, ecc.

Per comodità, invece di scrivere i numeri decimali sotto forma di frazione, si mette una VIRGOLA NEL NUMERATORE, contando tante cifre da destra verso sinistra quanti sono gli zeri del denominatore.

Esempio:

$$\frac{5.931}{10} = 593,1; \quad \frac{43.678}{1.000} = 43,678$$

Se nel contare le cifre per mettere la virgola, queste vengono a mancare, si pongono tanti ZERI quante sono le cifre che mancano, più uno zero A SINISTRA della virgola.

Esempio:

$$\frac{34}{100} = 0,34; \quad \frac{97.520}{1.000.000} = 0,097520; \quad \frac{47}{10.000} = 0,0047.$$

(lo zero a destra dell'ultima cifra significativa decimale NON ha alcun valore e si può non scrivere).

Ricordo che di solito nelle misure di qualsiasi tipo di grandezze si preferisce non usare numeri con molte cifre decimali, che possono essere causa di errori.

Si ricorre allora alle POTENZE DI DIECI con ESPONENTE NEGATIVO, ossia preceduto dal segno MENO, in modo da indicare che la potenza POSITIVA DI DIECI va posta A DENOMINATORE di una frazione che ha PER NUMERATORE L'UNITA'.

Esempio:

$$10^{-3} = \frac{1}{1.000} = 0,001; \quad 10^{-6} = \frac{1}{1.000.000} = 0,000001; \quad 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Se la POTENZA NEGATIVA DI 10 VIENE MOLTIPLICATA PER UN NUMERO, vuol dire che questo numero viene DIVISO per la potenza positiva di 10.

Esempio:

$$53 \times 10^{-3} = \frac{53}{10^3} = \frac{53}{1.000} = 0,053; \quad 6 \times 10^{-4} = \frac{6}{10^4} = \frac{6}{10.000} = 0,0006$$

Per leggere i numeri decimali, questi si scompongono idealmente in gruppi di TRE CIFRE A PARTIRE DALLA VIRGOLA, e si segna questa scomposizione con un puntino in alto.

Il numero che resta a SINISTRA della virgola si legge come abbiamo visto nella prima Lezione.

Il numero che resta a DESTRA della virgola si legge secondo lo schema che segue:

<u>NUMERO DI SUCCESSIONE DELLE CIFRE</u>												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12...
unità intere virgola												
unità intere												
Molte- plicate												
	decimi	centesimi	millesimi	decimillesimi	centimillesimi	milionesimi	decimilionesimi	centimilionesimi	miliardesimi	decimiliardesimi	centimiliardesimi	trilionesimi
												ecc..
per:	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12} ...

Esempio:

15.432,651.3 si legge: 15.432 e 6.513decimillesimi;

0,003259 si legge: zero, virgola, 3259 milionesimi.

In Elettrotecnica invece di parlare di MILLESIMI, MILIONESIMI, TRILIONESIMI di unità di grandezze elettriche, si usano rispettivamente i prefissi:

MILLI (10^{-3}) (simbolo m);

MICRO (10^{-6}) (simbolo μ , lettera greca corrispondente ad m e che si legge: mu).

PICO (10^{-12}) (simbolo p)

Esempio: invece di dire:

una corrente di 0,00005 A (5 centomillesimi di amper)
si dice:

una corrente di 0,05 mA (5 centesimi di milliamper)
oppure:

una corrente di 5×10^{-5} A (5 per 10 alla - 5 amper)
oppure:

una corrente di 50 μ A (50 microamper).

Invece di dire:

un condensatore di $0,000000002\text{F}$ (2 miliardesimi di farad), si dice:

un condensatore di $0,002\ \mu\text{F}$ (2 millesimi di microfarad),
oppure:

un condensatore di $2.000\ \text{pF}$ (2.000 picofarad),
oppure:

un condensatore di $2 \times 10^{-9}\ \text{F}$ (2 per 10 alla - 9 farad).

Premesse queste considerazioni sui numeri decimali, vediamo di richiamare le principali nozioni sulle OPERAZIONI ARITMETICHE da eseguirsi coi numeri decimali.

Tutte le DEFINIZIONI, PROPRIETA' E PROVE delle operazioni aritmetiche indicate nelle due lezioni precedenti VALGONO ANCORA, e quindi non le elencherò, rimandando a quanto esposto in quelle lezioni per i casi che interessano.

SOMMA o ADDIZIONE: si opera come nei numeri interi, salvo a stare attenti a disporre bene in colonna i numeri, in modo che le virgole vengano a trovarsi su una linea ver-

ticale. Il totale avrà pure la virgola sulla stessa verticale della virgola degli addendi.

Per esempio: siano da sommare: $13 + 0,09372 + 4,68 + 100,001$.
Scriveremo:

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 0,09372 \\
 4,68 \\
 100,001 \\
 \hline
 117,77472
 \end{array}$$

(Come si vede dall'esempio, le cifre che mancano A DESTRA dei numeri decimali vengono idealmente sostituite da ZERI).

La somma precedente è stata eseguita come se fosse:

$$\begin{array}{r}
 13,00000 \\
 0,09372 \\
 4,68000 \\
 100,00100 \\
 \hline
 117,77472
 \end{array}$$

SOTTRAZIONE o DIFFERENZA: si opera come coi numeri interi, salvo a stare attenti a disporre bene in colonna i numeri, in modo che le virgole vengano a trovarsi su una stessa linea verticale. La differenza avrà pure la virgola sulla stessa verticale delle virgole del minuendo e del sottraendo.

Esempio:

$$\begin{array}{r} 47,715 - \\ 3,471 \\ \hline 44,244 \end{array} ;$$

$$\begin{array}{r} 689,3 - \\ 319,464 \\ \hline 369,836 \end{array}$$

perchè è come
se fosse:

$$\begin{array}{r} 689,300 - \\ 319,464 \\ \hline 369,836 \end{array}$$

MOLTIPLICAZIONE o PRODOTTO: si opera coi numeri interi, senza tener conto delle cifre decimali.

Il prodotto avrà tante cifre decimali quante sono le cifre decimali TOTALI dei due fattori.

Esempio:

$ \begin{array}{r} 93,547 \times \\ \underline{1,53} \\ 280641 \\ 467735- \\ 93547-- \\ \hline 14312691 \end{array} $	$ \begin{array}{l} (3 \text{ cifre dec.}) \\ (2 \quad " \quad ") \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4,1801 \times \\ \underline{0,003} \\ 0,0125403 \end{array} $	$ \begin{array}{l} (4 \text{ cifre dec.}) \\ (3 \quad " \quad ") \\ (4 + 3 = 7 \\ \text{cifre dec.}) \end{array} $
	$(3 + 2 = 5 \text{ cifre dec.})$		

DIVISIONE o QUOZIENTE: il divisore deve essere un numero intero. Se non lo è, si pareggia con degli zeri il numero delle cifre decimali del dividendo e del divisore, e poi si tolgono le virgole. Si esegue quindi la divisione come coi numeri interi.

Esempio 1°):

sia da eseguire l'operazione:
 pareggiamo le cifre decimali:
 eliminiamo le virgole:

$$\begin{array}{rcl}
 31,72 & : & 14 \\
 31,72 & : & 14,00 \\
 3172 & : & 1400
 \end{array}$$

Eseguiamo l'operazione:

$$\begin{array}{r|l}
 3172 & 1400 \\
 \hline
 2800 & 2 \text{ (quoziente)} \\
 \hline
 -372 & \text{(resto)}
 \end{array}$$

Volendo avere due cifre decimali nel quoziente, basta scrivere:

$$\begin{array}{r|l}
 3172,00 & 1400 \\
 \hline
 2800 & 2,26 \\
 \hline
 -372 \ 0 & \\
 280 \ 0 & \\
 \hline
 -92 \ 00 & \\
 84 \ 00 & \\
 \hline
 -8 \ 00 & \text{(resto)}
 \end{array}$$

Esempio 2°):

sia da eseguire l'operazione:
pareggiamo le cifre decimali:

$$\begin{array}{l}
 69,5 : 1,648 \\
 69,500 : 1,648
 \end{array}$$

eliminiamo le virgole: $69.500 : 1.648$

Eseguiamo l'operazione in modo da avere una cifra decimale nel quoziente:

$$\begin{array}{r}
 69.500,0 \quad | \quad 1.648 \\
 \underline{65 \ 92} \\
 -3 \ 580 \\
 \underline{3 \ 296} \\
 - \ 284 \ 0 \\
 \underline{164 \ 8} \\
 119 \ 2 \text{ (resto)}
 \end{array}$$

Esempio 3°):

sia da eseguire l'operazione:	$0,0153 : 0,002$
pareggiamo le cifre decimali:	$0,0153 : 0,0020$
eliminiamo le virgole:	$153 : 20$

Eseguiamo l'operazione in modo da avere due cifre decimali nel quoziente:

$$\begin{array}{r}
 153,00 \quad | \quad 20 \\
 \underline{140} \\
 -13 0 \\
 12 0 \\
 \hline
 -1 00 \\
 1 00 \\
 \hline
 - 0 \text{ (resto nullo)}
 \end{array}$$

7,65 (quoziente esatto)

POTENZA: si opera come coi numeri interi, moltiplicando il numero decimale dato (base) tante volte per se stesso quante sono le unità espresse dall'esponente della potenza.

Esempio:

$$9,42^3 = 9,42 \times 9,42 \times 9,42$$

$$3,14^5 = 3,14 \times 3,14 \times 3,14 \times 3,14 \times 3,14$$

ESTRAZIONE DI RADICE QUADRATA: si divide il numero decimale in gruppi di DUE cifre a PARTIRE DALLA VIRGOLA, ponendo uno zero a destra dell'ultima cifra se l'ultimo gruppo a destra risulta di una sola cifra.

Si opera come coi numeri interi, e la radice avrà tante CIFRE DECIMALI quanti sono i gruppi di due cifre a destra della virgola.

Esempio 1°):

	$\sqrt{5.19,61}$	22,7		
	4	42	448	447
(11 : 4 = 2)		2	8	7
	11.9	84	3584	3129
	8 4			
(356 : 44 = 8)	-3 56.1			
	3 12 9			
	43 2			

Se si volesse ottenere la radice con due cifre decimali, basterebbe porre a destra dell'ultimo resto un gruppo di due zeri, e continua-

re l'estrazione della radice nel solito modo.

Esempio 2°):

0,00027; scriveremo:

(17 : 2 = 8)

$\sqrt{0,00.02.70}$ 1 17.0 15 6 -1 4	0,016 <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">28</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">27</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">26</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">8</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">7</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">204</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">189</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">156</td> </tr> </table>	28	27	26	8	7	6	204	189	156
28	27	26								
8	7	6								
204	189	156								

Come si vede nell'esempio, la parte intera del radicando è zero, e quindi anche la parte intera della radice è zero.

Il primo gruppo a destra della virgola del radicando è costituito da due zeri, e quindi la prima cifra decimale della radice è zero.

Il secondo gruppo a destra della virgola è costituito da 02, il che è come fosse 2. Il massimo quadrato contenuto in 2 è 1; la sua radice è 1, e questa sarà la seconda cifra decimale della radice cer-

cata.

L'estrazione della radice prosegue ora nel solito modo.

RISULTATI APPROSSIMATIVI: nel caso più generale è difficile che il quoziente di due numeri o la radice di un numero siano esatti. Per lo più ci sarà un RESTO.

Abbiamo visto che possiamo proseguire queste operazioni ottenendo il risultato col numero di cifre decimali che ci interessa.

La scelta del numero di cifre decimali da ottenersi dipende dal problema che si deve risolvere.

NEI CALCOLI PRATICI, in generale, bastano DUE O TRE DECIMALI, sempre che non siano degli zeri.

Per esempio: $0,00023$; sarebbe assurdo fermarsi alla terza cifra decimale, perchè si avrebbe il numero $0,000$ che è uguale a 0 .

Si dice che un risultato è approssimato a MENO di un intero, un

decimo, un centesimo, un millesimo, ecc..., a seconda che ci si arresta alla parte intera, oppure alla prima, seconda, terza, ecc. cifra decimale.

Esempio 1°)

il numero π che si trova molto spesso in geometria ed in elettrotecnica, vale:

3,14159	(a meno di un centomillesimo)
3,1416	(a meno di un decimillesimo)
3,14	(a meno di un centesimo)

Esempio 2°):

la radice estratta nella pagina precedente: $0,00027 = 0,016$ è stata ottenuta a meno di un millesimo, perchè ci siamo fermati alla terza cifra decimale.

FRAZIONI: al principio di questa Lezione abbiamo ricordato che una frazione non è altro che un modo di indicare un quoziente fra due numeri: NUMERATORE (dividendo) e DENOMINATORE (di-

visore).

Abbiamo pure visto che si può sempre ottenere il valore APPROSSIMATO di una frazione, eseguendo la divisione dei suoi termini in modo da ottenere il quoziente col numero di cifre decimali che si desidera.

Esempio:

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8; \quad \frac{13}{6} = 13 : 6 = 2,1666\dots$$

Invece di interpretare una frazione come un quoziente, si può interpretarla come un RAPPORTO fra due grandezze OMOGENEE.

Esempio: un quadro abbia un lato di 80 cm e l'altro di 60 cm. Diremo che il quadro ha i lati che stanno fra loro nel rapporto:

$$\frac{80}{60} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Con le FRAZIONI si possono eseguire TUTTE LE OPERAZIONI ARITMETICHE indicate per i numeri interi e decimali.

La trattazione esatta di questo argomento sarebbe molto lunga e di scarsa utilità ai fini di ottenere rapidamente dei risultati pratici.

Indicheremo quindi i metodi che danno luogo al minore errore, sacrificando in genere l'esattezza dei risultati alla rapidità con cui si ottengono questi risultati.

SOMMA o DIFFERENZA di frazioni: si eseguono i quozienti indicati dalle singole frazioni, e poi si sommano o si sottraggono i quozienti con le regole dei numeri decimali.

Esempio:

$$\begin{array}{rcl}
 1^{\circ}) & \frac{1}{3} + \frac{15}{4} + \frac{7}{16} = (1:3) + (15:4) + (7:16) = & \begin{array}{r} 0,333 + \\ 3,750 + \\ 0,437 \\ \hline 4,520 \end{array} \\
 2^{\circ}) & \frac{4}{5} - \frac{1}{6} = (4:5) - (1:6) = & \begin{array}{r} 0,8 - \\ 0,166 \\ \hline 0,634 \end{array}
 \end{array}$$

PRODOTTO DI DUE O PIU' FRAZIONI: è una frazione che ha per NUMERATORE il prodotto dei numeratori e per DENOMINATORE il prodotto dei denominatori.

Esempio:

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{7} \times \frac{13}{4} = \frac{2 \times 1 \times 13}{5 \times 7 \times 4} = \frac{26}{140} = 0,185$$

QUOZIENTE DI DUE FRAZIONI: è una frazione che ha per NUMERATORE il prodotto del numeratore del dividendo per il denominatore del divisore e per DENOMINATORE il prodotto del denominatore del dividendo per il numeratore del divisore.

Esempio:

$$\frac{31}{6} : \frac{7}{5} = \frac{31 \times 5}{6 \times 7} = \frac{155}{42} = 3,69; \quad \frac{2}{15} : \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{15 \times 1} = \frac{8}{15} = 0,533$$

POTENZA O RADICE DI UNA FRAZIONE: è preferibile ottenere prima il va-

lore decimale della frazione e poi eseguire l'operazione di potenza o di radice.

Esempio:

$$1^{\circ}) \left(\frac{9}{12}\right)^3 = (9 : 12)^3 = 0,75^3 = 0,75 \times 0,75 \times 0,75$$

$$2^{\circ}) \sqrt{\frac{23}{16}} = \sqrt{23 : 16} = \sqrt{1,437}$$

OPERAZIONI CON NUMERI INTERI E FRAZIONARI: basta ricordare che un NUMERO INTERO equivale ad una frazione che ha per numeratore quel numero e per DENOMINATORE l'UNITA'.

Si opera come se fossero tutti numeri frazionari.

Esempio:

$$(11 + \frac{3}{5}) \times \frac{2}{3} \times 7 = (\frac{11}{1} + \frac{3}{5}) \times \frac{2}{3} \times \frac{7}{1} = (11 + 0,6) \times$$

$$\frac{2 \times 7}{3 \times 1} = 11,6 \times \frac{14}{3} = \frac{11,6}{1} \times \frac{14}{3} = \frac{11,6 \times 14}{1 \times 3} = \frac{162,4}{3} = 54,13$$

NUMERI MISTI: sono costituiti da un numero intero che precede una frazione senza che sia indicata alcuna operazione aritmetica fra l'intero e la frazione.

Esempio:

$$2 \frac{3}{5} ; \quad 7 \frac{12}{8} ; \quad 15 \frac{2}{3} .$$

Un numero misto equivale ad una frazione che ha per DENOMINATORE il denominatore della parte frazionaria e per NUMERATORE la somma del numeratore della parte frazionaria e del prodotto della parte intera per il denominatore della parte frazionaria.

Per esempio:

$$2 \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5 + 3}{5} = \frac{10 + 3}{5} = \frac{13}{5} = 2,6$$

$$7 \frac{12}{8} = \frac{7 \times 8 + 12}{8} = \frac{56 + 12}{8} = \frac{68}{8} = 8,5$$

$$15 \frac{2}{3} = \frac{15 \times 3 + 2}{3} = \frac{45 + 2}{3} = \frac{47}{3} = 15,66\ldots$$

In altre parole si può dire che un NUMERO MISTO EQUIVALE alla somma della parte intera e della parte frazionaria.

Per esempio:

$$2 \frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = 2 + 0,6 = 2,6$$

$$15 \frac{2}{3} = 15 + \frac{2}{3} = 15 + 0,666 = 15,666$$

$$7 \frac{12}{8} = 7 + \frac{12}{8} = 7 + 1,5 = 8,5$$

Come si vede dagli esempi indicati, il SECONDO METODO esposto

per risolvere un numero misto da più rapidamente il suo valore approssimato in numeri decimali ed è il più usato. Esso però NON permette di conoscere il valore ESATTO della frazione equivalente al numero misto dato.

OPERAZIONI COI NUMERI MISTI: si trasformano prima i numeri misti in numeri frazionari o decimali, e poi si opera con le regole prima indicate.

Per esempio:

$$1) \quad 3 \frac{4}{13} + \frac{2}{5} = 3 + (4 : 13) + (2 : 5) = \begin{array}{r} 3 \quad + \\ 0,307 \quad + \\ 0,4 \quad \\ \hline 3,707 \end{array}$$

$$2) \quad \sqrt{4 \frac{7}{9}} = \sqrt{4 + (7 : 9)} = \sqrt{4 + 0,777} = \sqrt{4,777} = 2,18$$

(5).

ESERCIZI DI RIPETIZIONE SULLA 3a MATEMATICA

- 1) - Qual'è il numeratore e quale il denominatore di una frazione?
- 2) - Come può essere considerato un numero decimale?
- 3) - Cosa significa una potenza del 10 con esponente negativo?
- 4) - Che cosa significa Pico?
- 5) - Nei casi pratici a quante cifre decimali ci si deve spingere nei calcoli?
- 6) - Quando un risultato è dato a meno di 1 millesimo, quante cifre ha dopo la virgola?
- 7) - Dovendo elevare a potenza una frazione è lo stesso elevare prima a potenza numeratore e denominatore e poi dividerli, oppure prima si deve fare la divisione e poi elevare a poten-

za il risultato?

8) - Cos'è un numero misto?

(6)'

- A L G E B R A -

In questa Lezione studieremo le definizioni e proprietà che l'algebra mette a nostra disposizione per meglio interpretare le formule che troveremo nel Corso di Radiotecnica vero e proprio.

Non faremo quindi uno studio dell'algebra, ma tratteremo solo le parti di essa che più ci interessano.

Nell'ARITMETICA ci riferivamo ai VALORI NUMERICI delle quantità delle grandezze prese in considerazione.

Nell'ALGEBRA invece ci riferiamo a VALORI GENERICI, ossia indeterminati numericamente, delle quantità delle grandezze prese in esame.

In altre parole, nell'ARITMETICA si trattano FATTI PARTICOLARI, e si dice per es. che:

$$3 + 5 + 10 = 18$$

Nell'ALGEBRA ci riferiamo invece a LEGGI GENERALI, e si dice che:

$a + b + c = d$, con il che esprimiamo che d sarà sempre il totale della somma di a, b, c , qualunque sia il valore attribuito a questi addendi.

In luogo dei numeri che si usano in Aritmetica, in Algebra si usano le lettere dell'alfabeto.

Per esprimere quantità NOTE o i DATI di un problema, si usano le prime lettere dell'alfabeto, usando man mano le lettere successive:

$a, b, c, d, \text{ ecc.}$

Per esprimere quantità SCONOSCIUTE, o le INCOGNITE di un problema, si usano le ultime lettere dell'alfabeto:

x, y, z

Se le lettere dell'alfabeto non bastano, oppure, per indicare quantità di grandezze analoghe, si usano lettere con APICI oppure con INDICI:

$$\begin{array}{ccc}
 a' & b' & c' \\
 a'' & b'' & c''
 \end{array}
 \quad \text{oppure} \quad
 \begin{array}{ccc}
 a_1 & b_1 & c_1 \\
 a_2 & b_2 & c_2
 \end{array}$$

Per indicare le operazioni algebriche si usano gli STESSI SEGNI delle operazioni aritmetiche.

Un PRODOTTO però si può indicare in uno di questi modi; (l'ultimo è il più usato):

$$a \times b \times c; \quad a.b.c.; \quad a \ b \ c$$

Se uno dei fattori è un numero, esso prende il nome di COEFFICIENTE e lo si pone davanti alle lettere, senza alcun segno di moltiplicazione.

Il COEFFICIENTE indica quante volte bisogna sommare la parte letterale che lo segue. Per es.:

$$a \times 3 \times b = 3ab = ab + ab + ab.$$

Se una stessa lettera viene moltiplicata per se stessa un certo numero di volte, si usa l'espressione di POTENZA come in Aritmetica.

Per es.:

$$aaa = a^3; \quad aabbbccc = a^2b^3c^3.$$

Una qualunque legge od operazione espressa nel linguaggio algebrico prende il nome di ESPRESSIONE ALGEBRICA o FORMULA ALGEBRICA.

Per es.:

- 1) - L'espressione algebrica della legge di Ohm è: $V = RI$.
- 2) - L'espressione algebrica della proprietà commutativa della somma è: $a + b = c; \quad b + a = c$.

Le quantità algebriche possono essere POSITIVE o NEGATIVE. Pertanto esse vanno sempre precedute dal loro segno + o -.

Se manca il segno, si sottintende che è il segno x.

I gruppi di numeri e lettere separati dai segni + o - in una stessa espressione algebrica prendono il nome di TERMINE.

Per es. l'espressione algebrica:

$$ab^2 - bc + 4ac$$

è composta dai tre termini:

$$ab^2, -bc, 4ac$$

I termini di una espressione algebrica possono indicare varie operazioni da eseguirsi con le quantità indicate dalle sue lettere.

Per es.:

1) $\frac{ab^2}{\sqrt{c}}$ = indica che il prodotto di a per il quadrato di b deve essere diviso per la radice quadrata di c.

2) $-(ab)^{\frac{2}{3}}$ = indica che si deve dare il segno - alla radice cubica del quadrato del prodotto di ab. Sappiamo infatti che:

$$-(ab)^{\frac{2}{3}} = -\sqrt[3]{(ab)^2}$$

Molte volte si devono sommare o sottrarre quantità positive o ne-

gative, ossia quantità che sono precedute dal segno + o - e che in più devono essere sommate o sottratte fra di loro. Abbiamo allora l'importantissima:

REGOLA DEI SEGNI:

+	per	+	dà	+	;	+	per	-	dà	-
-	per	-	dà	+	;	-	per	+	dà	-

Per es.:

$$1) \quad a + (+b) + (-c) = a + b - c$$

il segno complessivo del secondo termine è + perchè: + x + = +
 " " " " terzo " " - " : + x - = -

$$2) \quad -2a^2 + (-ab) - (-3ab^2) = -2a^2 - ab + 3ab^2$$

il segno complessivo del secondo termine è - perchè: + x - = -
 " " " " terzo " " + " : - x - = +

VALORE NUMERICO DI UNA ESPRESSIONE ALGEBRICA: basta sostituire a ciascuna lettera il suo valore numerico ed eseguire le operazioni aritmetiche indicate.

E' questa la PARTE RISOLUTIVA di un qualunque problema; è quindi della massima importanza saper ricavare il valore numerico di una formula qualsiasi.

Facciamo un esempio: ricaviamo il valore numerico dell'incognita X, sapendo che:

$$X = a^2 - ab + 3bc, \text{ e che: } a = 2; \quad b = 0,5; \quad c = 7.$$

Sostituiamo questi valori di a, b e c nella formula data, ed avremo:

$$X = 2^2 - 2 \times 0,5 + 3 \times 0,5 \times 7$$

Effettuando le operazioni indicate abbiamo:

$$X = 4 - 1 + 10,5 = 13,5$$

Nei problemi di geometria e di fisica, ed in particolare di elettricità, le formule sono in genere costituite da lettere che sono le iniziali delle parole che indicano le grandezze considerate o le loro unità di misura.

Così per esempio:

- 1) La lunghezza di una circonferenza è data dalla formula: $C = 2\pi R$ (in cui π (pi-greco) è un numero che abbiamo già trovato e che per i nostri calcoli è sufficiente considerare uguale a 3,14; R invece indica il raggio della circonferenza);
- 2) La potenza consumata in un circuito elettrico è data dalla formula: $W = V I$, in cui W è la potenza (misurata in watt), V è la tensione (misurata in volt), I è l'intensità della corrente (misurata in amper).

Per risolvere quindi un problema bisogna innanzitutto scegliere la FORMULA che mette in relazione l'incognita in funzione dei dati che abbiamo a disposizione, ISOLARE l'incognita (ossia portare l'incognita da una parte del segno di uguaglianza e tutti gli altri termini dall'altra parte del segno), e poi SOSTITUIRE i valori numerici dei dati e TROVARE il valore numerico dell'incognita.

Per es.: che corrente circola in un motore a corrente continua da 0,5 kW (chiloWatt), sapendo che ai suoi morsetti si ha una tensione di 125 V ?

La formula che lega la corrente (incognita) alla potenza ed alla tensione (dati) è quella vista più sopra:

$$W = VI$$

Isoliamo l'incognita : $I = \frac{W}{V}$; sostituiamo i valori numerici ed otteniamo il valore della corrente che circola nel motore :

$$I = \frac{500}{125} = 4 \text{ A}$$

Notiamo infine che molte volte non si hanno a disposizione delle formule che mettono in relazione l'incognita con i dati a disposizione. Bisogna allora RISALIRE ALL'INCOGNITA a mezzo di altre relazioni intermedie che ci diano i dati che a noi interessano.

Per es. :

Ai capi di una resistenza è applicata una tensione di 125 V. Sappiamo che la potenza in essa utilizzata è 1575 watt. Qual'è il calore fornito da quella resistenza in un secondo ?

Si ottiene la corrente dalla formula $\frac{W}{V} = I$; si ricava, quindi, il valore della resistenza da $\frac{V}{I} = R$; ottenuto R ed I si può ap-

plicare la legge di Joule.

Ecco i calcoli :

$$I = \frac{W}{V} = \frac{1575}{125} = 12,6 \text{ A}$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{125}{12,6} = 9,92$$

$$Q = 0,24 \text{ R } I^2 T = 0,24 \times 9,92 \times (12,6)^2 = 378 \text{ calorie circa.}$$

- - - - -

(6)'

RISPOSTE AGLI ESERCIZI SULLA 3a MATEMATICA

- 1) - Numeratore è il numero che va diviso, mentre denominatore è il numero per il quale il primo va diviso.
- 2) - Come una frazione avente per numeratore il numero decimale a cui è stata tolta la virgola, e per denominatore una potenza opportuna del 10.
- 3) - Significa una frazione con numeratore 1 e denominatore ancora 1 seguito da tanti zeri, quanto il numero dell'esponente.
- 4) - Significa 10^{-12} cioè un milionesimo di milionesimo.
- 5) - A due o tre cifre decimali, non contando però tutti gli zeri che stanno prima di essa.
- 6) - Tre, poichè la terza cifra dà i millesimi.

7) - E' esattamente la stessa cosa.

8) - E' un numero composto da un numero intero e da una frazione.

(6)'

ESERCIZI DI RIPETIZIONE SULLA 4a MATEMATICA

- 1) - Perchè nell'algebra si usano lettere al posto dei numeri ?
- 2) - Che cosa significa un punto posto tra due lettere ?
- 3) - Che cos'è un termine ?
- 4) - Cos'è un'espressione algebrica ?
- 5) - Moltiplicando tra di loro due termini qual'è il segno del risultato ?
- 6) - Come si trova il valore numerico di un'espressione algebrica ?
- 7) - Che cosa esprime un'espressione algebrica ?
- 8) - In genere quale significato si dà alle prime lettere dell'alfabeto e quale alle ultime ?

- - - - -

(7)'

G E O M E T R I A

GEOMETRIA è la scienza che studia le proprietà della ESTENSIONE dei corpi.

CORPO (in senso geometrico) è una porzione dello spazio delimitata da superfici qualunque.

SPAZIO (in senso assoluto) è il luogo infinito nel quale si muovono i corpi celesti e quindi anche la terra.

Il concetto di SPAZIO implica in noi il concetto di CORPO A TRE DIMENSIONI, e precisamente:

LUNGHEZZA, LARGHEZZA, ALTEZZA

Le superfici che delimitano i corpi implicano in noi il concetto di DUE DIMENSIONI, e precisamente:

LUNGHEZZA e LARGHEZZA

L'intersezione di due superfici ci fa giungere al concetto di LINEA che ha UNA SOLA DIMENSIONE :

LUNGHEZZA

L'intersezione di due linee ci fa giungere al concetto di PUNTO, che NON HA DIMENSIONE alcuna.

In altri termini possiamo considerare una LINEA come una sequenza di punti, ed una SUPERFICIE come una sequenza di linee.

Siccome i punti non hanno alcuna dimensione, per rappresentarli bisogna indicarli come intersezione di due linee, ed in genere si segna una crocetta : +.

E' consuetudine contrassegnare i punti con lettere MAIUSCOLE e le linee e le superfici con lettere MINUSCOLE.

Le superfici possono essere PIANE o CURVE, ed il loro concetto è intuitivo. Una superficie piana si chiama PIANA, ed in generale la si intende ILLIMITATA in tutte le direzioni.

La Geometria elementare viene di solito divisa in due parti :

GEOMETRIA PIANA, che studia le proprietà delle linee e figure giacenti in uno stesso piano (due dimensioni).

GEOMETRIA DELLO SPAZIO, che studia le proprietà delle linee e superfici giacenti in piani diversi (tre dimensioni).

GEOMETRIA PIANA

Come abbiamo visto, si può considerare una linea come una sequenza di punti.

Se la sequenza dei punti conserva la STESSA DIREZIONE, si ha una LINEA RETTA:



Se la sequenza dei punti CAMBIA CONTINUAMENTE di direzione, in modo uniforme, si ha una linea CURVA:



Se la sequenza dei punti CAMBIA SALTUARIAMENTE di direzione, si ha una:

LINEA SPEZZATA: se è costituita da soli tratti di rette:



LINEA MISTA: se è costituita da tratti di rette e curve:



LINEA ONDULATA: una linea costituita da soli tratti di curve diverse:

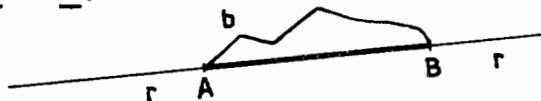


In generale una linea qualunque si intende ILLIMITATA, ossia senza principio nè fine.

Il tratto di una linea qualunque intercetto fra due punti della linea si chiama SEGMENTO.

In generale però SEGMENTO è il tratto di una RETTA intercetto fra due punti della retta, ed è la DISTANZA più corta fra due punti considerati.

Infatti è intuitivo che il segmento di retta AB è più corto di qualunque altro segmento di una linea come b , e che esso segna la minima distanza fra A e B .



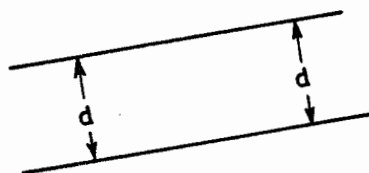
E' pure intuitivo che: "Per due punti si può far passare una retta ed una sola".

Infatti per i due punti A e B dell'ultima figura si può tracciare la sola retta rr , di cui AB è un segmento.

Se si fissa un punto su di una retta, detto punto divide la retta in due SEMIRETTE, che hanno origine in quel punto e sono illimitate dall'altra parte.

ANGOLI: Due rette in uno stesso piano possono non incontrarsi mai oppure incontrarsi in un punto solo.

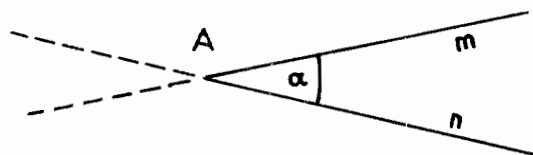
Se NON si incontrano mai, si dice che le due rette sono PARALLELE. In questo caso la distanza d fra le due rette è costante.



Se si incontrano in un punto, si dice che le due rette sono CONVERGENTI in quel punto, oppure DIVERGENTI da quel punto.

Per esempio: si può dire che le rette m ed n convergono in A, oppure che esse divergono da A.

La minima parte del piano compresa fra due rette che si incontrano si chiama ANGOLO formato dalle due rette.



Per esempio: l'angolo formato da m ed n è α (alfa: lettera greca corrispondente alla nostra a).

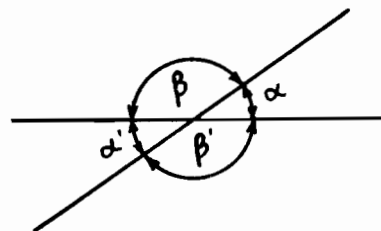
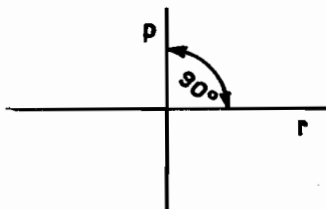
Le due semirette che formano un angolo si chiamano LATI dell'angolo; il loro punto di incontro si chiama VERTICE.

In genere gli angoli vengono indicati con le seguenti lettere greche:

α	β	γ	δ	ϵ	η	θ	ζ
alfa	beta	gamma	delta	epsilon	eta	teta	zeta
		ξ		σ		τ	
		xi		sigma		tau	

Si dice che una retta p è PERPENDICOLARE ad una retta r , quando gli ANGOLI formati al punto di incontro sono EGUALI fra di loro.

Ciascuno di questi angoli si chiama RETTO e vale 90° (ved. più avanti).



Se invece gli ANGOLI formati al punto di incontro di due rette sono DISUGUALI, le due rette si dicono OBLIQUE l'una rispetto all'altra.

Dei quattro angoli formati ($\alpha, \beta, \alpha', \beta'$), angoli come $\underline{\alpha}$ ed $\underline{\alpha'}$, oppure come $\underline{\beta}$ e $\underline{\beta'}$, si dicono angoli OPPOSTI AL VERTICE e sono rispettivamente uguali fra di loro.

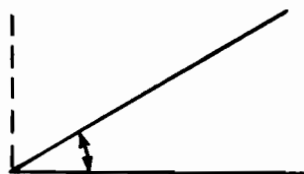
Angoli invece come $\underline{\alpha}$ e $\underline{\beta}$; $\underline{\alpha'}$ e $\underline{\beta'}$; $\underline{\alpha'}$ e $\underline{\beta}$; $\underline{\alpha}$ e $\underline{\beta'}$, si dicono angoli ADIACENTI, oppure SUPPLEMENTARI, e la loro SOMMA vale 180° , ossia un ANGOLO PIATTO, ossia due angoli retti: $\alpha + \beta = 180^\circ$.

La somma di due angoli piatti, ossia di quattro angoli retti, si

chiama ANGOLO GIRO, e vale 360° .

Gli angoli MINORI di 90° , ossia di un retto, si chiamano ACUTI.

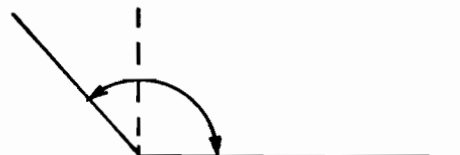
Gli angoli MAGGIORI di 90° , ossia di un retto, si chiamano OTTUSI.



ANGOLO ACUTO

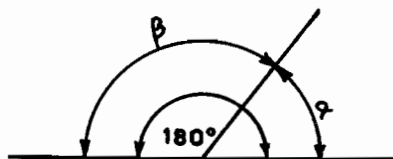


ANGOLO RETTO

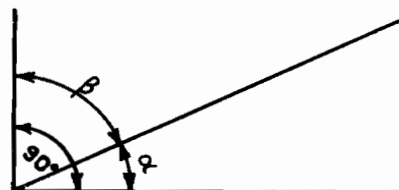


ANGOLO OTTUSO

Quando la somma di due angoli CONSECUTIVI (ossia con un lato in comune) è uguale a 90° , ossia ad un retto, i due angoli si dicono COMPLEMENTARI l'uno dell'altro: $\alpha + \beta = 90^\circ$.

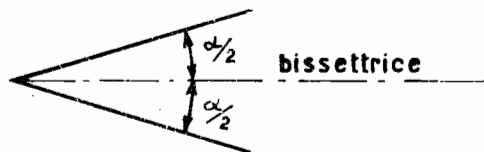


ANGOLI SUPPLEMENTARI



ANGOLI COMPLEMENTARI

La semiretta che parte dal vertice e divide l'angolo in due parti UGUALI, si chiama BISETTRICE.



MISURA DEGLI ANGOLI: gli angoli si misurano in GRADI.

$$1 \text{ grado} = 1^\circ = \frac{1}{360} \text{ di angolo giro}$$

1 angolo giro = 360° ; 1 angolo piatto = 180° ; 1 angolo retto = 90° .

1 grado si divide in 60 PRIMI: $1^\circ = 60'$

1 primo " " 60 SECONDI: $1' = 60''$

1 secondo " " 100 CENTESIMI;

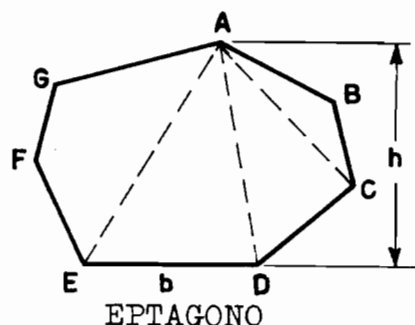
Per esempio: un angolo di $30^\circ 15' 26''$, 85 vuol dire che misura

30 gradi, $\frac{15}{60}$ di grado, $\frac{26}{60}$ di primo, $\frac{85}{100}$ di secondo.

POLIGONO: è una superficie piana, interamente delimitata da segmenti di retta.

Ciascuno di questi segmenti si chiama LATO del poligono.

Un poligono di	3	lati si chiama	TRIANGOLO
"	"	"	QUADRILATERO
"	"	"	PENTAGONO
"	"	"	ESAGONO
"	"	"	EPTAGONO
"	"	"	OTTAGONO
"	"	"	ENNAGONO
"	"	"	DECAGONO
"	"	"	DODECAGONO



Il punto di incontro di due lati consecutivi di un poligono si chiama VERTICE, (per esempio, in figura sono vertici i punti A, B, C, D, E, F, G).

Il segmento di retta che unisce DUE vertici NON CONSECUTIVI (per esempio: AC, AD, AE, ecc) si chiama DIAGONALE.

Il lato su cui sembra appoggiare la figura (in genere il lato maggiore) si chiama BASE (b) del poligono.

La minima distanza fra la base (od il suo prolungamento) ed il vertice più lontano del poligono, si chiama ALTEZZA (h).

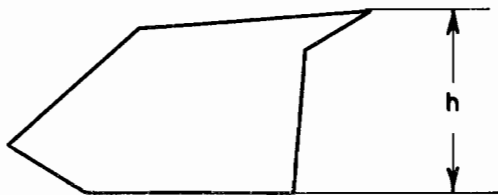
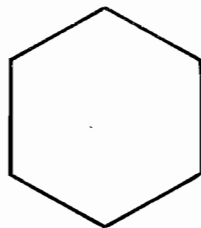
La somma delle lunghezze di tutti i lati di un poligono si chiama PERIMETRO del poligono.

Il valore numerico della superficie racchiusa da un poligono si chiama AREA del poligono.

I poligoni possono essere REGOLARI od IRREGOLARI.

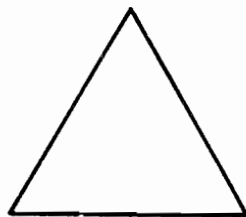
Si dice REGOLARE un poligono che ha TUTTI i lati e gli angoli UGUALI.

Si dice IRREGOLARE un poligono che NON ha tutti i lati e gli angoli uguali.

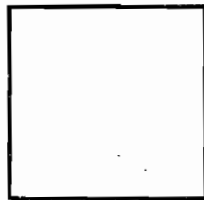


Fra i POLIGONI REGOLARI Le ricordo:

il poligono con TRE lati (TRIANGOLO EQUILATERO), in cui gli angoli sono di 60° .



il poligono con QUATTRO lati (QUADRATO), in cui gli angoli sono di 90° .



Fra i POLIGONI IRREGOLARI ricordiamo: i TRIANGOLI ed i QUADRILATERI.

TRIANGOLI: si possono classificare sia rispetto ai lati sia rispetto agli angoli.

Un triangolo può avere:
 tutti e tre i lati uguali : triangolo EQUILATERO (REGOLARE) (fig.1)
 due soli lati uguali : " ISOSCELE (fig.2)
 tutti e tre i lati differenti: " SCALENO (fig.3)

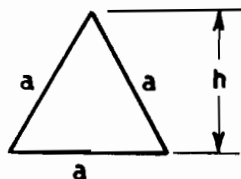


Fig. 1

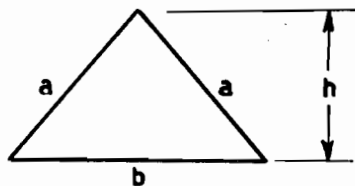


Fig. 2

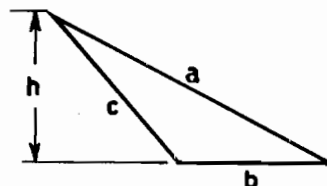


Fig. 3

Un triangolo può avere:
 tutti e tre gli angoli acuti : triangolo ACUTANGOLO (fig.4)
 un angolo retto (e due acuti) : " RETTANGOLO (fig.5)
 un angolo ottuso (e due acuti) : " OTTUSANGOLO (fig.6)



Fig. 4



Fig. 5

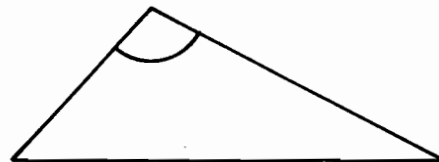
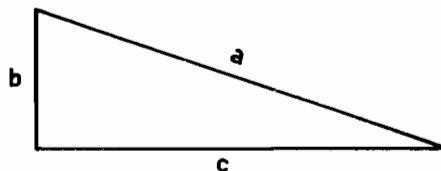


Fig. 6

In un triangolo RETTANGOLO i lati che formano l'angolo RETTO si chiamano CATETI (b e c) e l'altro lato, che è opposto all'angolo retto, si chiama IPOTENUSA (a).



Ricordiamo infine che in OGNI triangolo la SOMMA dei TRE angoli vale SEMPRE e solamente 180°, ossia un angolo piatto, ossia due angoli retti.

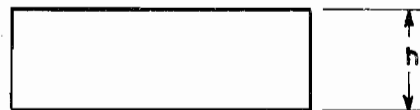
Per esempio: sapendo che in un triangolo rettangolo un angolo vale 30°, quanto vale l'altro angolo acuto?

Un angolo retto vale 90°, quindi l'angolo cercato vale:

$$180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

QUADRILATERI: i più importanti sono (oltre al QUADRATO, che è un poligono regolare):

RETTANGOLO: coi lati opposti uguali paralleli e tutti gli angoli di 90°.

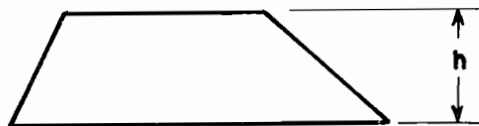


PARALLELOGRAMMA: coi lati opposti uguali paralleli e gli angoli opposti uguali.



(Evidentemente il rettangolo ed il quadrato sono dei parallelogrammi)

TRAPEZIO: con due soli lati opposti paralleli detti BASI (b e b')



Nelle varie figure le ALTEZZE sono contrassegnate con la lettera: h.

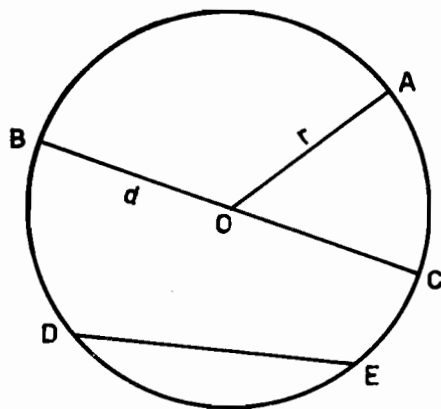
CIRCONFERENZA: è una linea curva chiusa, che ha tutti i suoi punti nello stesso piano, ad uguale distanza da un altro punto interno detto CENTRO.

Riferendoci alla figura:

il punto O è il centro;

il segmento che unisce il centro ad un punto qualunque della circonferenza, per es. A, si chiama RAGGIO, e lo si indica con r oppure R;

il segmento che unisce due punti della circonferenza e PASSA per il centro, si chiama DIAMETRO, e si indica con d oppure D.



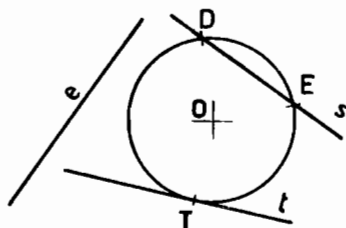
E' intuitivo che: $d = 2r$, ossia che il diametro è lungo il doppio del raggio (della stessa circonferenza).

I punti di una circonferenza posti alle estremità di un diametro (B e C, ad es.) si dicono OPPOSTI.

Il segmento che unisce due punti della circonferenza e NON passa per il centro, si chiama CORDA (per es. DE).

Rispetto ad una circonferenza una retta può essere:

ESTERNA (e), se non la tocca;
TANGENTE (t), se la tocca in UN PUNTO;
SECANTE (s), se la taglia in DUE punti.



Se riferendoci ad una circonferenza pensiamo all'AREA da essa racchiusa, invece di dire "circonferenza" si dice "CERCHIO".

MISURE DI LUNGHEZZA: si deve scegliere l'unità di misura più adatta a seconda delle grandezze da misurare.

Così per misurare la distanza fra due città useremo il chilometro, mentre per misurare il diametro di un tondino useremo il millimetro.

In tutti gli Stati dell'Europa e dell'America, eccetto gli Stati Anglosassoni (per es. Inghilterra e Stati Uniti) l'UNITA' DI LUNGHEZZA fondamentale è il METRO.

Naturalmente a seconda dei casi si useranno i suoi MULTIPLI o SOTTOMULTIPLI, qui sotto riportati in ordine decrescente:

miriametro	(simbolo: Mm) =	10.000	metri = 10^4	metri
chilometro	(" : Km) =	1.000	" = 10^3	"
ettometro	(" : Hm) =	100	" = 10^2	"
decametro	(" : Dam) =	10	" = 10	"
METRO	(" : m) =			
decimetro	(" : dm) =	0,1	" = 10^{-1}	"
centimetro	(" : cm) =	0,01	" = 10^{-2}	"
millimetro	(" : mm) =	0,001	" = 10^{-3}	"
.....				
micron	(" : μ) =	0,000.001	" = 10^{-6}	"

Risulta evidente dalla tabella che PER PASSARE da una unità di lunghezza a quella immediatamente INFERIORE bisogna MOLTIPLICARE PER DIECI.

Negli Stati Anglosassoni invece le UNITA' DI LUNGHEZZA più usate sono:

pollice	(simbolo <u>in.</u> ; abbr. ")	=	2,54 cm	=	25,4 mm
pie de = 12"	= (" <u>ft.</u> ; " ')	=	30,48 cm	=	304,8 mm
yard = 3'	= (" <u>yd.</u>)	=	914,4 cm	=	0,914 m
miglio		= 5280	pie di = 1,609 Km	=	1.609 m
nodo (miglio marino)		= 6080	" = 1,853 Km	=	1.853 m

Per esempio:

- 1) Per sapere quanti mm di diametro ha una sbarra di 3" (pollici) si deve eseguire il prodotto:

$$3 \cdot 25,4 = 76,2 \text{ mm}$$

- 2) Per sapere quanti Km/h (chilometri all'ora) percorre una nave che va alla velocità di 15 nodi/h, basta fare il prodotto:

$$15 \cdot 1,853 = 27,795 \text{ Km/h}$$

LUNGHEZZA DELLA CIRCONFERENZA: dati il diametro oppure il raggio della circonferenza, si applicano rispettivamente le formule:

$$\underline{C = \pi d}$$

oppure

$$\underline{C = 2\pi r}$$

in cui π (pi-greco) vale 3.14159....., ma per i calcoli è sufficiente considerare:

$$\pi = 3,14$$

Ricordiamo che il diametro è uguale al doppio del raggio, ossia che:

$$d = 2r \quad \text{e quindi che} \quad r = \frac{d}{2}$$

Per esempio: determinare la circonferenza di una vasca di 5 m di diametro.

Applichiamo la prima formula:

$$C = \pi d = 3,14 \cdot 5 = 15,70 \text{ m.}$$

(7)'

RISPOSTE AGLI ESERCIZI SULLA 4a MATEMATICA

- 1) - Per poter risolvere problemi generali ottenendo formule risolutive applicabili a qualsiasi caso particolare.
- 2) - Corrisponde al segno di moltiplicazione.
- 3) - E' una lettera o un gruppo di lettere preceduto dal segno + o -.
- 4) - E' un insieme di diversi termini.
- 5) - E' + se i due termini avevano entrambi lo stesso segno, è - se invece avevano segni opposti.
- 6) - Sostituendo a ciascuna lettera il proprio valore numerico

e facendo le operazioni indicate.

- 7) - Una formula risolutiva di un problema od una legge fisica.
- 8) - Le prime lettere si usano per indicare i dati noti di un problema, mentre le ultime indicano le incognite, cioè i valori che si vogliono trovare.

(7)'

ESERCIZI DI RIPETIZIONE SULLA 5a MATEMATICA

- 1) - Che cos'è una linea?
- 2) - Da che cosa è costituita una linea mista?
- 3) - Come si chiama un tratto di linea intercetto tra due punti?
- 4) - In quanti punti possono incontrarsi due rette parallele?
- 5) - Come sono gli angoli formati da due rette perpendicolari e quanto valgono?
- 6) - Come si chiamano gli angoli maggiori e minori di 90° ?
- 7) - Come si dicono due angoli la cui somma vale $1/2$ angolo piatto?
- 8) - Quale differenza c'è tra la diagonale ed il lato di un po-

ligono?

- 9) - Come si classificano i triangoli secondo i lati?
- 10) - Come si fa per esprimere in mm una lunghezza data in pollici?

(8)'

MISURE DI SUPERFICIE

Come abbiamo già visto, si deve scegliere una unità di misura che sia OMOGENEA con la grandezza da misurare.

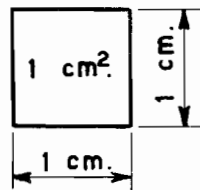
Pertanto sceglieremo come unità una SUPERFICIE CAMPIONE, a nostro piacimento.

In genere si prendono come UNITA' DI SUPERFICIE le aree dei QUADRATI che hanno per LATO le unità lineari.

I SIMBOLI di queste unità di superficie sono gli STESSI delle rispettive unità lineari elevati al QUADRATO, essendo le superfici delle grandezze a due dimensioni.

Così avremo per esempio:

1 Km^2 ; 1 m^2 ; 1 mm^2



Per passare da una unità di superficie a quella immediatamente INFERIORE si deve MOLTIPLICARE PER 10^2 , ossia PER 100.

Quindi:

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2; \quad 1 \text{ m}^2 = 100 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 10.000 \text{ cm}^2 = 10^6 \text{ mm}^2;$$

$$1 \text{ Km}^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100 \text{ m}^2 = 1.000.000 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ m}^2.$$

Negli STATI ANGLOSASSONI si usano come UNITA' DI SUPERFICIE le unità lineari anglosassoni elevate al quadrato, ossia:

1 pollice q.	(simbolo: <u>sq.in.</u>)	= 6,45 cm ²
1 piede q.	(" <u>sq.ft.</u>)	= 0,0929 m ²
1 yard q.	(" <u>sq.yd.</u>)	= 0,836 m ²
1 miglio q.	(" <u>sq. mile</u>)	= 2,59 Km ²

Ampliando il concetto esposto nella scorsa Lezione, dirò che AREA di una figura geometrica qualunque è il valore della superficie racchiusa dal perimetro di detta figura.

In genere un'AREA si indica con la lettera S (superficie), mentre la base si indica con b e l'altezza con h.

AREA DI UN TRIANGOLO: è data dal SEMIPRODOTTO della base per l'altezza, ossia:

$$S = \frac{1}{2} b h = b \cdot \frac{h}{2} = \frac{b}{2} \cdot h$$

Per esempio: trovare l'area di un triangolo che ha una base di 60 m ed un'altezza di 40 m.

Si applica la formula:

$$S = \frac{bh}{2} = \frac{60 \cdot 40}{2} = \frac{2400}{2} = 1.200 \text{ m}^2.$$

AREA DI UN PARALLELOGRAMMA E DI UN RETTANGOLO: è data dal PRODOTTO della base per l'altezza, ossia:

$$\underline{S = b \cdot h}$$

Per esempio: qual'è la sezione di una trave rettangolare di lati

45 e 30 cm?

Si applica la formula:

$$S = b \cdot h = 45 \cdot 30 = 1.350 \text{ cm}^2$$

AREA DI UN QUADRATO: è data dal QUADRATO della lunghezza del lato,
o base, ossia:

$$\underline{S = b^2}$$

(per il quadrato infatti la base e l'altezza sono uguali).

Per esempio: qual'è la sezione di un pilastro quadrato di 32 cm
di lato?

Si applica la formula:

$$S = b^2 = 32^2 = 1.024 \text{ cm}^2$$

AREA DI UN TRAPEZIO: è data dal SEMIPRODOTTO DELLA SOMMA delle basi
per l'altezza, ossia:

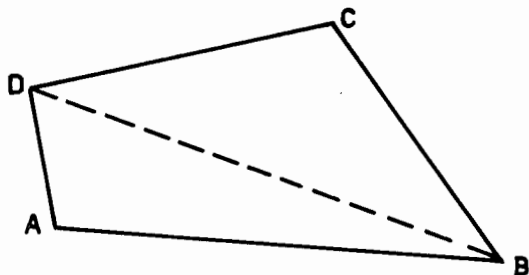
$$S = \frac{1}{2} (b + b') h = \frac{b + b'}{2} \cdot h = (b + b') \cdot \frac{h}{2}$$

Per esempio: qual'è la superficie di un campo di forma trapezia, di basi 100 ed 80 e di altezza 25 cm?

Si applica la formula:

$$S = \frac{1}{2} (b + b') h = \frac{1}{2} (100 + 80) \cdot 25 = 2.250 \text{ m}^2$$

AREA DI UN QUADRILATERO QUALUNQUE: si traccia una delle diagonali e si divide così il quadrilatero in due triangoli. Si calcola l'area di ciascun triangolo, nel modo prima visto, ed infine si sommano le due aree trovate.



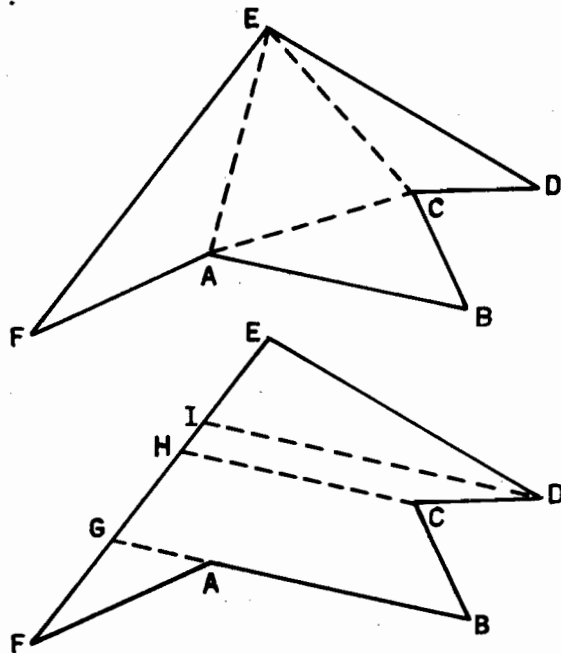
Per esempio: nel quadrilatero ABCD tracciamo ad es. la diagonale BD ed otteniamo i due triangoli ABD e BCD. Calcolate le aree di questi triangoli, la loro somma ci darà l'area del quadrilatero dato.

AREA DI UN POLIGONO QUALUNQUE: il metodo più generale consiste nel dividere il poligono dato in figure geometriche di cui possiamo calcolare facilmente le aree ed infine farne la somma.

Molte volte il poligono dato viene scomposto in vari TRIANGOLI, a mezzo delle diagonali più opportune.

Per esempio: nel poligono ABCDEF si possono tracciare le tre diagonali AC, AE, EC in modo da dividerlo nei quattro triangoli ABC, CDE, ACE, AEF. Si calcola l'area di ciascun triangolo e se ne fa la somma.

Oppure: si possono tracciare le tre linee AG, CH e DI fra loro parallele, e scomporre il poligono dato nei due trapezi GBCH e CDIH e nei due triangoli AFG e DEI. Si calcolano le loro aree e si sommano.



AREA DEL CERCHIO: come Le ho spiegato nella scorsa Lezione, si intende per CERCHIO l'area racchiusa da una circonferenza.

Dati il diametro oppure il raggio del cerchio, si applicano rispettivamente le seguenti formule:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{oppure} \quad \underline{S = \pi r^2}$$

in cui al solito: $\pi = 3,14159....$ ma per i calcoli è sufficiente considerare: $\pi = 3,14$.

Per esempio: qual'è la sezione di un filo di rame di 9 mm di diametro?

Si applica la formula:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 9^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 81}{4} = 63,585 \text{ mm}^2$$

Alcune volte interessa conoscere il RAGGIO (od il DIAMETRO) di un cerchio, di cui si conosce l'area (S). Si applica allora la seguente formula, ricavata dall'ultima formula trovata:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

Per esempio: qual'è il diametro di un filo di rame di 16 mm^2 di sezione?

Si applica la formula:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{16}{3,14}} = \sqrt{5,09} = 2,26 \text{ mm (raggio)}$$

il diametro sarà all'incirca:

$$d = 2 r = 2 \cdot 2,26 = 4,52 \text{ mm (diametro)}$$

Prima di passare allo studio della Geometria dello spazio, Le ricordo una importantissima PROPRIETÀ DEL TRIANGOLO RETTANGOLO, che ci permette di conoscere la lunghezza di uno dei suoi lati conoscendo la lunghezza degli altri due, e che è di applicazione molto frequente nella soluzione di molti problemi.

Questa proprietà si basa sul TEOREMA DI PITAGORA (matematico dell'antica Grecia) il quale dice:

" IN UN TRIANGOLO RETTANGOLO, IL QUADRATO DELL'IPOTENUSA È UGUALE

ALLA SOMMA DEI QUADRATI DEI CATETI".

(Per ipotenusa (a) e cateti (b e c) si intendono le loro LUNGHEZZE).

Abbiamo la formula:

$$\underline{a^2 = b^2 + c^2}$$

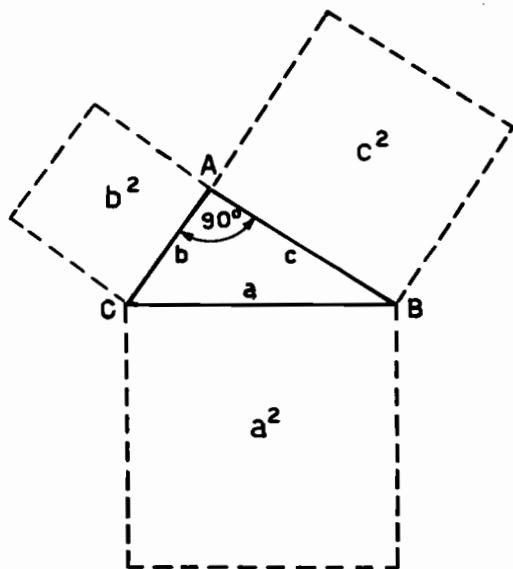
dalla quale si ricava:

$$\underline{a = \sqrt{b^2 + c^2}}$$

(l'ipotenusa è uguale alla radice quadrata della somma dei quadrati dei cateti)

$$\underline{b = \sqrt{a^2 - c^2}}; \quad \underline{c = \sqrt{a^2 - b^2}}$$

(un cateto è uguale alla radice quadrata della differenza fra il quadrato dell'ipotenusa ed il quadrato dell'altro cateto).



Per esempio:

- 1) calcolare l'ipotenusa di un triangolo rettangolo di cateti uguali a 3 e 5 m.

Si applica la formula:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} = 5,83 \text{ m (ipotenusa)}$$

- 2) calcolare il cateto di un triangolo rettangolo che ha l'ipotenusa di 6 cm e l'altro cateto di 4 cm.

Si applica la formula:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ cm (cateto)}$$

GEOMETRIA DELLO SPAZIO

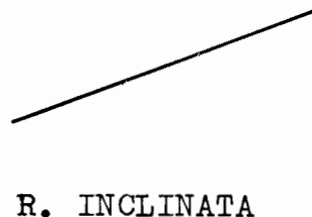
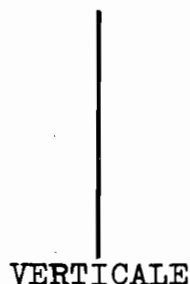
Definiamo innanzi tutto che cosa sono una retta VERTICALE ed una ORIZZONTALE.

VERTICALE è una retta che ha la DIREZIONE DEL FILO A PIOMBO, (ossia di un filo fissato ad una estremità in alto, e tenuto teso da un peso attaccato in basso);

ORIZZONTALE è una retta che GIACE IN UN PIANO ORIZZONTALE, (ossia in un piano quale è quello determinato dalla superficie libera dei liquidi).

Tutte le VERTICALI sono PARALLELE fra di loro; però non tutte le ORIZZONTALI sono PARALLELE fra di loro; UNA VERTICALE E' SEMPRE PERPENDICOLARE AD UNA ORIZZONTALE e analogamente una orizzontale è sempre perpendicolare ad una verticale.

Una retta che non sia nè verticale nè orizzontale si chiama INCLINATA.



Abbiamo visto che un CORPO (geometrico) è una porzione dello spazio delimitata da superfici qualunque.

Noi studieremo solo alcuni corpi geometrici più importanti.

Ciascuna delle superfici PIANE che delimitano un corpo si chiama FACCIA.

La linea (segmento di retta) di intersezione di due facce consecutive si chiama SPIGOLO.

Il punto di intersezione di TRE o PIU' spigoli si chiama VERTICE.

Il valore numerico della superficie di una faccia si chiama AREA della faccia.

Il valore numerico dello spazio occupato da un corpo si chiama VOLUME del corpo.

Per misurare il volume di un corpo si deve scegliere una UNITA' DI VOLUME CAMPIONE, a nostro piacimento, ma è bene scegliere per campione un corpo geometrico di forma semplice e di volume facilmente determinabile.

Vediamo quindi quali sono i principali corpi geometrici:

POLIEDRO: (fig. 1) - E' un corpo geometrico in cui tutte le facce sono dei poligoni piani.

CUBO: (fig. 2) - E' un poliedro formato da SEI facce , ciascuna delle quali è un QUADRATO.

E' questo un POLIGONO REGOLARE, perchè in esso sono UGUALI le facce ; gli spigoli; gli angoli formati da due facce concorrenti in uno spigolo e gli angoli formati da due spigoli concorrenti in un vertice.

Tutti questi angoli sono RETTI, ossia valgono 90° .

PRISMA: (fig. 3) - E' un poliedro che ha due facce , dette BASI, costituite da poligoni uguali e giacenti in piani paralleli, e con tante altre facce , costituite ciascuna da un parallelogramma quanti sono i lati di ciascuna base.

(Altezza (h) di un prisma è la distanza fra i piani delle basi).

PIRAMIDE: (fig. 4) - E' un poliedro che ha una sola faccia, detta BASE, costituita da un poligono qualunque, e tante altre facce , costituite ciascuna da un

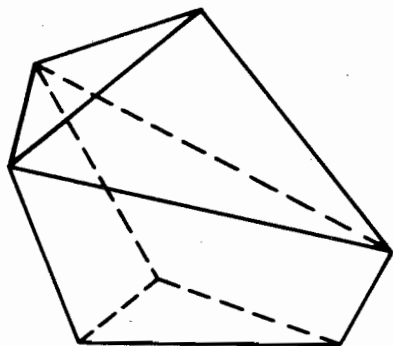


Fig. 1

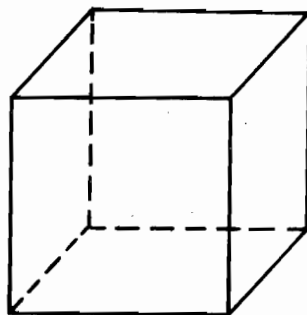


Fig. 2

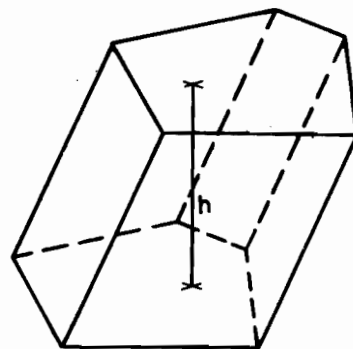


Fig. 3

triangolo, quanti sono i lati della base, e concorrenti in uno stesso punto, detto VERTICE della piramide.
(Altezza (h) di una piramide è la distanza del vertice dal piano della base).

CILINDRO: (fig. 5) - E' un corpo geometrico delimitato da due cerchi, detti BASI, uguali e giacenti in piani paralle-

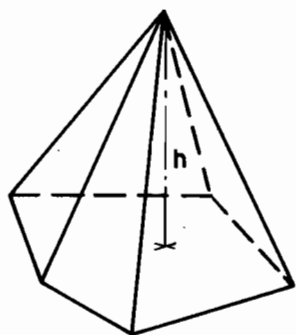


Fig. 4

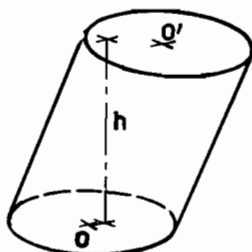


Fig. 5

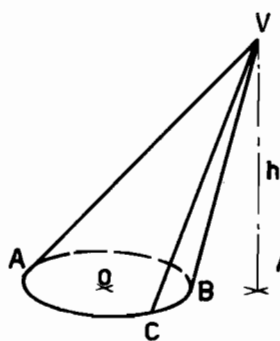


Fig. 6

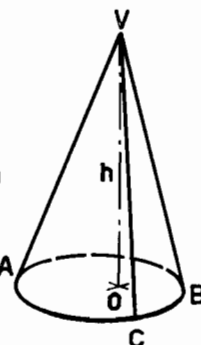


Fig. 7

li, e da una superficie convessa che unisce le due basi.
(Altezza (h) di un cilindro è la distanza fra i piani delle basi).

CONO: (fig. 6) - E' un corpo geometrico delimitato da un cerchio, detto BASE, e da una superficie laterale che concorre in un punto detto VERTICE.

(Altezza (h) di un cono è la distanza del vertice del piano della base).

Se l'altezza cade al CENTRO del cerchio di base, (fig. 7), il cono si chiama RETTO, e tutte le GENERATRICI sono uguali.

Per GENERATRICE di un cono si intende qualunque segmento che si può tracciare dal vertice alla periferia della base (per esempio: VA; VB; VC).

SFERA: (fig. 8, pag. 22) - E' un corpo geometrico delimitato da una superficie convessa i cui punti sono equidistanti da un punto interno detto CENTRO.

La distanza dal centro ad un punto qualunque della superficie della sfera si chiama RAGGIO. Il DOPPIO del raggio si chiama DIAMETRO.

Dopo aver esaminato i corpi geometrici più importanti, risulta evidente che il CUBO è il corpo geometrico di forma più semplice per determinarne il volume.

Sceglieremo quindi come UNITA' DI VOLUME il volume di un CUBO che

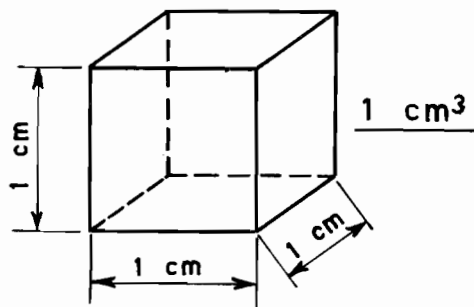
abbia per SPIGOLO L'UNITA' DI LUNGHEZZA.

E' evidente che ogni FACCIA del cubo vale l'UNITA' DI SUPERFICIE.

I SIMBOLI delle unità di volume sono gli stessi delle rispettive unità lineari elevati al CUBO, essendo i volumi delle grandezze a tre dimensioni.

Così avremo per esempio:

1 Km^3 ; 1 m^3 ; 1 cm^3 ; 1 mm^3 .



PER PASSARE da una unità di superficie a quella immediatamente inferiore si deve moltiplicare per 10^3 , ossia per 1000.

Per esempio:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3 = 0,001 \text{ dm}^3$$

Ricordiamo che: 1 decimetro cubo = 1 LITRO (simbolo l)

quindi per esempio:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litri}; \quad 1 \text{ hl (ettolitro)} = 100 \text{ l} = 0,1 \text{ m}^3.$$

Negli STATI ANGLOSASSONI le UNITA' DI VOLUME più usate sono:

$$1 \text{ gallone} = 4 \text{ quarts} = 8 \text{ pinte} = 4,55 \text{ dm}^3 = 4,55 \text{ litri}$$

$$1 \text{ bushel} = 8 \text{ galloni} = 36,40 \text{ litri}$$

$$1 \text{ barile} = 32 \text{ galloni} = 0,164 \text{ m}^3 = 1,64 \text{ hl}$$

Si usano pure le UNITA' DI LUNGHEZZA AL CUBO, per esempio:

$$1 \text{ pollice cubo (cu.in.)} = 16,387 \text{ cm}^3$$

Le spiegherò ora come si possono calcolare i volumi dei corpi geometrici prima considerati.

VOLUME DI UN CUBO: - E' dato dalla lunghezza dello spigolo (b) elevata al cubo, ossia:

$$V = b^3$$

Per esempio: calcolare il volume di un cubo di 5 mm di lato. (In genere per il cubo si dice LATO invece che SPIGOLO).

Si applica la formula:

$$V = b^3 = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ mm}^3$$

VOLUME DI UN PRISMA: - E' dato dal prodotto dell'area della base per l'altezza, ossia:

$$V = S_b \cdot h$$

Per esempio: calcolare il volume di un prisma che ha per basi due parallelogrammi di 50 e 75 cm di lato e l'altezza uguale a 110 cm (fig. 9, pag. 22).

Area della base: $S_b = 50 \cdot 75 = 3.750 \text{ cm}^2$

Volume del prisma: $V = S_b \cdot h = 3.750 \cdot 110 = 412.500 \text{ cm}^3 = 0,4125 \text{ m}^3$

VOLUME DI UNA PIRAMIDE: - E' uguale alla TERZA PARTE del volume di

un prisma di uguale base ed uguale altezza, ossia:

$$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$$

Per esempio: calcolare il volume di una piramide che ha per base un quadrato di 10 m di lato ed un'altezza di 6 m (fig. 10, pag. 22).

Area della base: $S_b = 10^2 = 100 \text{ m}^2$

Volume della piramide: $V = \frac{1}{3} S_b \cdot h = \frac{1}{3} 100 \cdot 6 = 200 \text{ m}^3$

VOLUME DI UN CILINDRO: - E' dato dal prodotto dell'area della base per l'altezza, ossia:

$$V = S_b \cdot h$$

Per esempio: calcolare il volume di un filo di rame lungo 5 m avente il diametro di 4 mm.

In questo caso il valore dell'AREA DELLA BASE è uguale al valore della SEZIONE del filo; quindi applichiamo la formula:

$$S_b = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 4^2}{4} = 3,14 \cdot 4 = 12,56 \text{ mm}^2$$

La LUNGHEZZA del filo corrisponde all'ALTEZZA del cilindro, ma bisogna metterla in UNITA' DELLO STESSO ORDINE DI GRANDEZZA della sezione, ossia bisogna passare da metri a millimetri.

$$h = 5 \text{ m} = 5000 \text{ mm}$$

Il volume del filo è:

$$V = S_b \cdot h = 12,56 \cdot 5000 = 62.800 \text{ mm}^3 = 62,8 \cdot \text{cm}^3.$$

VOLUME DI UN CONO: - E' uguale alla terza parte del volume del cilindro di uguale base ed uguale altezza:

$$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$$

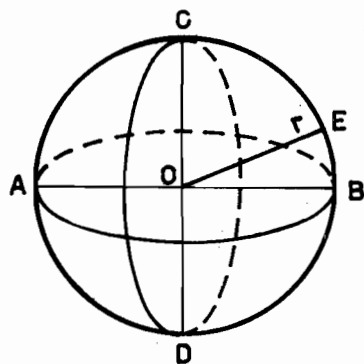


Fig. 8

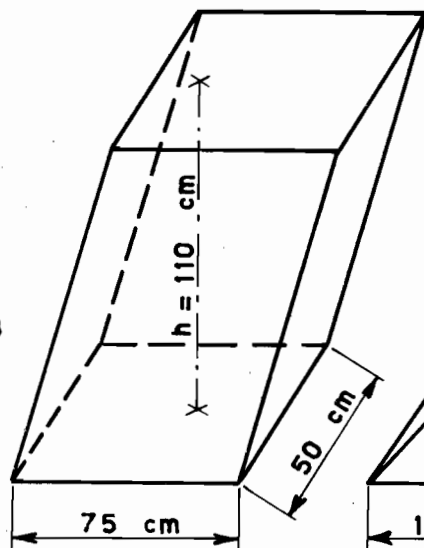


Fig. 9

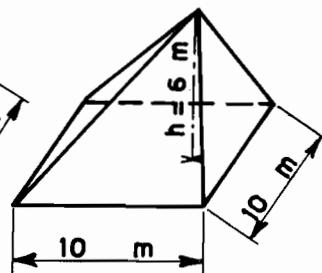


Fig. 10

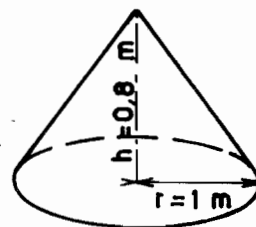


Fig. 11

Per esempio: calcolare il volume di un mucchio di sabbia, a forma di cono retto, che ha per base un cerchio di 1 m di raggio ed un'altezza di 80 cm (fig. 11, pag. 22).

Area della base: $S_b = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14 \text{ m}^2$; ($h = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$)

Volume del cono: $V = \frac{1}{3} S_b \cdot h = \frac{1}{3} 3,14 \cdot 0,8 = 0,837 \text{ m}^3$

VOLUME DELLA SFERA: - E' dato dalla formula:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

da cui si ha l'espressione mnemonica (ossia che si ricorda facilmente): "IL VOLUME DELLA SFERA QUAL'E'? QUATTRO TERZI, PI-GRECO, ERRE TRE".

Per esempio: qual'è il volume di una palla di 16 cm di diametro?

Il raggio della palla è: $r = \frac{d}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$

Il volume della palla è:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} 3,14 \cdot 8^3 = 2.138 \text{ cm}^3$$

Vediamo ora brevemente che cosa si intende per SUPERFICIE TOTALE e SUPERFICIE LATERALE di un corpo geometrico.

SUPERFICIE TOTALE di un corpo geometrico è l'AREA COMPLESSIVA della superficie che lo delimita nello spazio.

SUPERFICIE LATERALE di un corpo geometrico è l'area complessiva della superficie che lo delimita nello spazio MENO le aree delle basi (o della base, se ne ha).

Pertanto la geometria Piana ci insegna come calcolare le aree delle facce e delle basi del CUBO, del PRISMA e della PIRAMIDE.

SUPERFICIE LATERALE: è data dalla somma delle aree delle facce laterali.

SUPERFICIE TOTALE: è data dalla somma della superficie laterale e

delle aree delle basi (o della base, se ne ha).

CILINDRO:

SUPERFICIE LATERALE: è data dal prodotto della circonferenza della base per l'altezza:

$$S_L = \pi d h = 2\pi r h$$

SUPERFICIE TOTALE: è data dalla somma della superficie laterale e del DOPPIO del cerchio di base:

$$S_{\text{tot}} = S_L + 2\pi r^2$$

Per esempio: riferendoci all'esempio prima considerato, la superficie totale di quel filo di rame è:

$$S_{\text{tot}} = \pi d h + 2 \frac{\pi d^2}{4} = 3,14 \cdot 4 \cdot 5000 + 2 \frac{\pi 4^2}{4} = 62825,12 \text{mm}^2 = 0,063 \text{ m}^2$$

CONO RETTO:

SUPERFICIE LATERALE: è data dal semiprodotto della circonferenza di

base per la generatrice (a):

$$S_L = \frac{1}{2} \pi d a = \pi r a$$

SUPERFICIE TOTALE: è data dalla somma della superficie laterale e del cerchio di base:

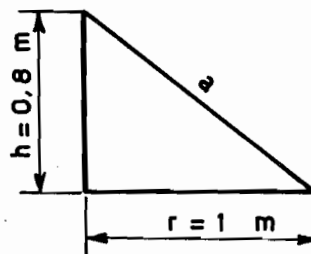
$$S_{\text{tot}} = S_L + \pi r^2$$

Per esempio: riferendoci al cono retto prima considerato, bisogna innanzi tutto calcolare la generatrice. Essa è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo che ha per cateti l'altezza del cono ed il raggio del cerchio di base.

Quindi:

$$a = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{0,8^2 + 1^2} =$$

$$\sqrt{0,64 + 1} = \sqrt{1,64} = 1,28 \text{ m.}$$



La superficie totale del cono considerato è quindi:

$$S_{\text{tot}} = \pi r a + \pi r^2 = 3,14 \cdot 1 \cdot 1,28 + 3,14 \cdot 1^2 = 4,019 + 3,14 = 7,159 \text{ m}^2.$$

SFERA: l'area della superficie sferica è data dal QUADRUPLO dell'area del cerchio che ha per raggio il raggio della sfera:

$$S = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

Per esempio: la superficie della palla prima considerata è:

$$S = \pi d^2 = 3,14 \cdot 16^2 = 804 \text{ cm}^2.$$

(8)'

RISPOSTE AGLI ESERCIZI SULLA 5a MATEMATICA

- 1) - E' una sequenza di punti, cioè un insieme infinito di punti disposti uno di seguito all'altro e vicinissimi tra di loro.
- 2) - Da più tratti di linee rette e curve.
- 3) - Prende il nome di segmento.
- 4) - In nessun posto.
- 5) - Sono tutti uguali fra di loro e valgono ciascuno 90° .
- 6) - Rispettivamente ottusi e acuti.
- 7) - Si dicono complementari poichè la loro somma è di 90° .

- 8) - Mentre la prima è un segmento di retta congiungente due vertici non consecutivi, il secondo congiunge due vertici consecutivi.
- 9) - In equilateri, isosceli e scaleni.
- 10) - Si moltiplica il suo valore per 25,4.

(8)'

ESERCIZI DI RIPETIZIONE SULLA 6a MATEMATICA

- 1) - Qual'è l'unità di superficie?
- 2) - Che cosa esprime il teorema di Pitagora?
- 3) - In un triangolo rettangolo come si chiamano i lati?
- 4) - Come si definisce una retta verticale ed una orizzontale?
- 5) - Che cos'è uno spigolo di un poliedro?
- 6) - Che cosa si intende per generatrice di un cono?
- 7) - E' più lungo il lato di un cubo od il diametro di una sfera

che abbia ugual volume?

- 8) - Quale teorema si applica per trovare la generatrice di un cono, nota la sua altezza ed il raggio della base?

(9')

In questa Lezione, che è l'ultima di Matematica, Le spiegherò come si possono rappresentare in un piano uno o più punti isolati o consecutivi, tali cioè da costituire una linea qualunque.

PIANO COORDINATO O QUOTATO: è un piano tale da essere atto ad individuare la posizione di un suo punto, e quindi atto a determinare il valore numerico della grandezza rappresentata da quel punto.

Una qualunque linea che rappresenti, in un piano coordinato o quotato, una legge od un fenomeno di natura qualunque, costituisce un GRAFICO o DIAGRAMMA della legge o del fenomeno.

Un diagramma che si riferisce a un motore od apparecchio particolare e che ne rappresenta opportune qualità, si chiama CARATTERISTICA del motore o dell'apparecchio.

Per esempio: il diagramma che rappresenta come varia la corrente

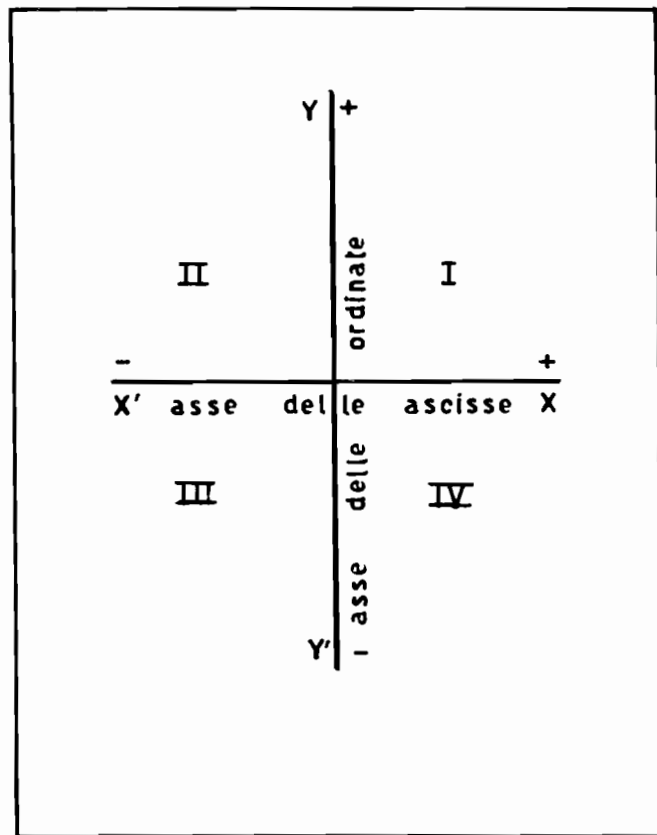


Fig. 1

anodica di un triodo al variare della tensione anodica, per un dato valore della tensione di griglia, si chiama CARATTERISTICA del triodo.

ASSI COORDINATI: sono due linee rette, illimitate, perpendicolari fra di loro, giacenti nel piano considerato ed atte ad individuare la posizione di un punto qualsiasi del piano (fig.1).

L'asse orizzontale si chiama ASSE DELLE ASCISSE, e si contrassegna con le lettere x x', per cui lo si chiama anche ASSE DELLE X.

L'asse verticale si chiama ASSE DELLE ORDINATE, e si contrassegna con le lettere y y', per cui lo si chiama anche ASSE DELLE Y.

Per questa ragione il piano coordinato si chiama spesso PIANO X Y.

Il punto di intersezione dei due assi si chiama ORIGINE (punto O).

CIASCUNO dei due assi va considerato come costituito da DUE SEMI-RETTE aventi l'origine in O.

La semiretta OX rappresenta le ASCISSE POSITIVE (o le X), crescenti nel senso OA;				
"	"	OX'	"	" ASCISSE NEGATIVE (o le -X), decrescenti nel senso OB;
"	"	OY	"	" ORDINATE POSITIVE (o le Y), crescenti nel senso OC;
"	"	OY'	"	" ORDINATE NEGATIVE (o le -Y) decrescenti nel senso OD.

I due assi dividono il piano in quattro parti, dette QUADRANTI, che per consuetudine ormai radicata si indicano coi numeri romani I, II, III e IV come è indicato nella figura 1.

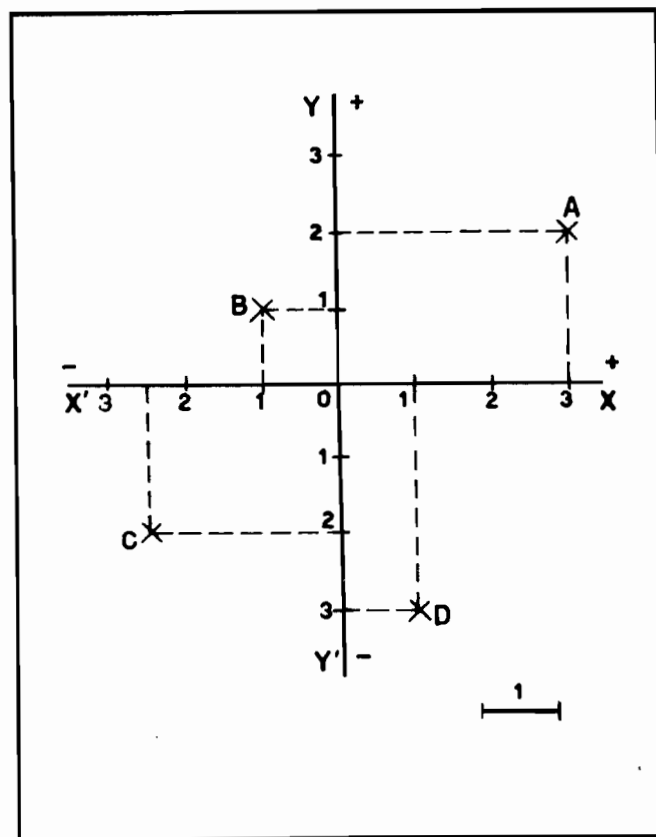


Fig. 2

Scelto ora un segmento arbitrario come UNITA' DI LUNGHEZZA, lo riportiamo su ciascuna delle semirette a partire dall'origine, contrassegnando i punti estremi di ogni segmento successivo con la serie naturale dei numeri.

PER INDIVIDUARE un punto del piano basta conoscere le sue COORDINATE, ossia il valore della sua ascissa e della sua ordinata.

Per avere questi valori SI CONDUCONO per il punto le PARALLELE agli assi coordinati, (fig. 2).

I segmenti intercetti fra l'origine ed i punti di intersezione delle parallele con gli assi ci danno il valore dell'ascissa

e dell'ordinata del punto.

Per esempio: sia il punto A. Conduciamo per esso le parallele agli assi. Esse intercettano l'asse delle ascisse nel PUNTO 3 della semiretta OX, e l'asse delle ordinate nel PUNTO 2 della semiretta OY.

Pertanto si dice:

" A è il punto di ascissa 3 ed ordinata 2 "

oppure " A è il punto X = 3 ed Y = 2 "

oppure " A è il punto (3; 2) "

In modo analogo si ottengono le coordinate di qualunque altro punto del piano X Y.

Per esempio:

B (X = -1; Y = 1); C (X = -2,5; Y = -2); D (X = 1; Y = -3).

Se il punto giace su uno degli assi, la COORDINATA corrispondente all'altro asse è NULLA (fig. 3).

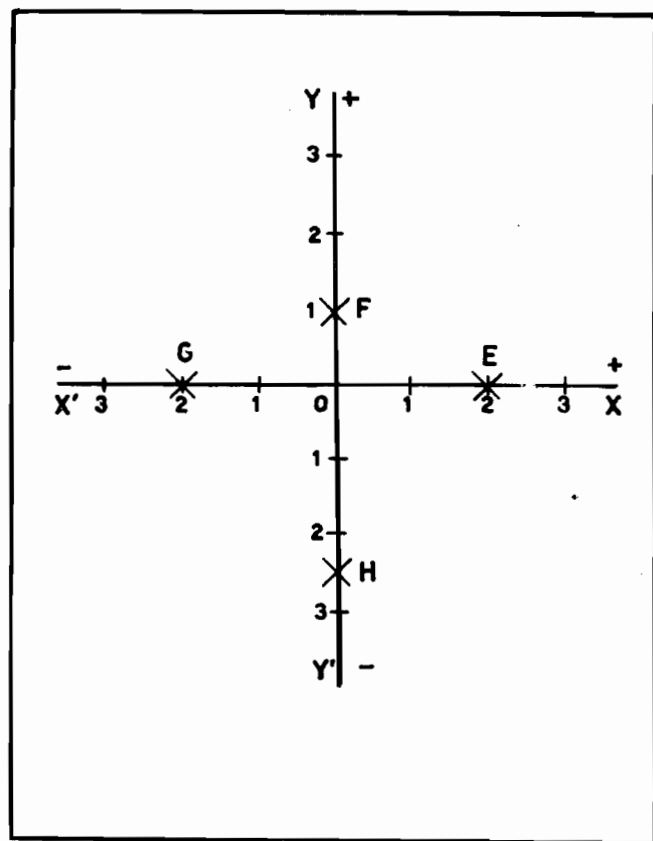


Fig. 3

Per esempio:

E (2; 0); F (0; 1);

G (-2; 0); H (0; -2,5).

Oltre a saper LEGGERE le coordinate di un punto, occorre saper DETERMINARE la posizione che ha nel piano X Y un punto di cui si conoscono le coordinate. Si procede in modo inverso a quello prima esposto. Quindi:

si tracciano le parallele agli assi per i punti che sugli assi hanno le rispettive coordinate del punto dato. Il punto d'intersezione di queste parallele determina la posizione del punto dato nel piano.

Per esempio: (v. fig. 4).

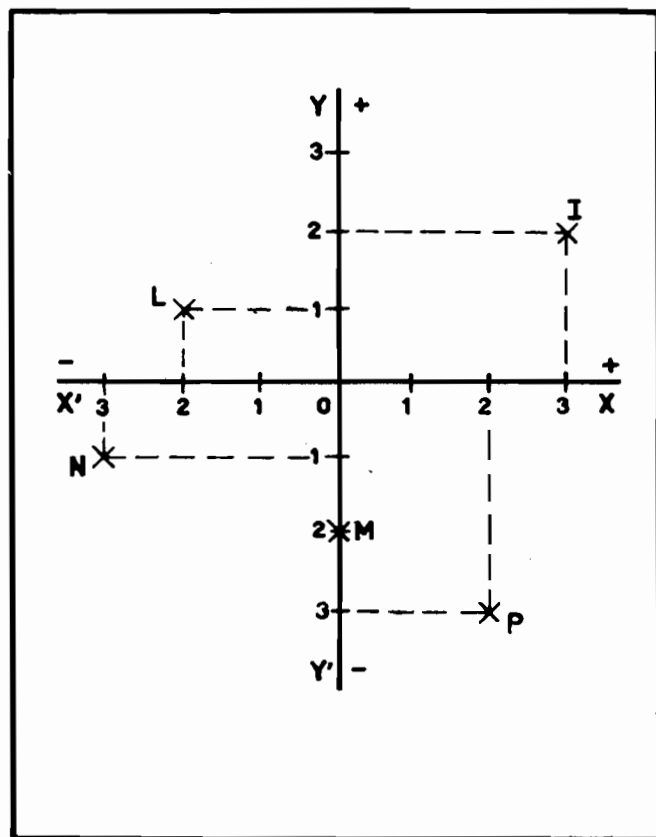


Fig. 4

1°) determiniamo la posizione del punto $(\underline{3}; \underline{2})$ nel piano X Y.

Per il punto 3 dell'asse delle X tracciamo la parallela all'asse delle Y e per il punto 2 dell'asse delle Y tracciamo la parallela all'asse delle X. Il loro punto di intersezione determina il punto I $(\underline{3}; \underline{2})$.

2°) determiniamo la posizione del punto $(\underline{-2}; \underline{1})$ nel piano X Y.

Per il punto - 2 dell'asse delle X tracciamo la parallela all'asse delle Y e per il punto 1 dell'asse delle Y tracciamo la parallela all'asse delle X.

Il loro punto di intersezione determina il punto L $(\underline{-2}; \underline{1})$.

3°) determiniamo la posizione del punto (0; - 2) nel piano X Y.

Vediamo subito che il punto si trova sull'asse delle Y, perchè la sua ascissa è nulla. Il punto M di ordinata - 2 è il punto cercato.

4°) in modo analogo si procede per determinare la posizione dei punti N (-3; -1) e P (2; - 3).

Vediamo ora come si può COSTRUIRE UN DIAGRAMMA, ossia come si rappresenta la VARIAZIONE di una grandezza in funzione di un'altra grandezza.

Innanzitutto si deve decidere quale grandezza vogliamo segnare in ascisse e quale in ordinate.

In secondo luogo si deve scegliere QUANTE UNITA' di ciascuna grandezza sono RAPPRESENTATE da un determinato segmento delle ascisse o dalle ordinate.

In genere l'UNITA' DI MISURA delle ascisse e delle ordinate è il CENTIMETRO, e per questo sono in vendita i fogli di CARTA MILLIMETRATA, ossia dei fogli su cui è stampata una fitta quadrettatura alla distanza di un millimetro, e su cui è segnata con tratto più grosso la quadrettatura alla distanza di un centimetro.

In altre parole si deve STABILIRE LA SCALA delle ascisse e delle ordinate, ossia si deve stabilire QUANTE UNITA' della grandezza considerata sono rappresentate da UN CENTIMETRO di lunghezza di ciascun asse.

Si dirà per esempio che:

1 cm delle X vale 1 volt, ossia che la SCALA delle ascisse è:
 " " " " 2 amper " " " " 1 cm = 1 volt;
 " " Y " 5 metri " " " " è: 1 cm = 2 amper;
 " " " " " " " " delle ordinate è:
1 : 500,

e vuol dire che:

1 cm del disegno rappresenta 500 cm al vero,
 1 mm " " " 500 mm " "
 1 m " " " 500 m " " e così via.

La determinazione della SCALA delle ascisse e delle ordinate è quindi un'operazione fondamentale sia per la lettura che per la costruzione di un diagramma.

In genere gli assi dei diagrammi sono graduati nelle grandezze da

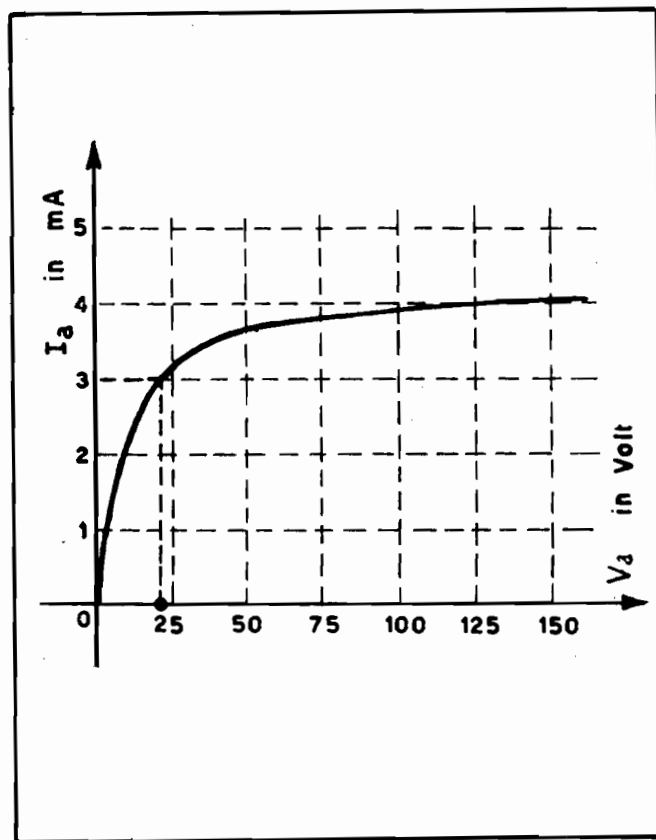


Fig. 5

misurare.

LETTURA DI UN DIAGRAMMA: sia la caratteristica di un pentodo, che ci rappresenta il variare della corrente anodica (I_a) in funzione della tensione anodica (V_a).

Scala delle ASCISSE: 1 cm = 25 volt

Scala delle ORDINATE: 1 cm = 1 mA

Supponiamo di voler sapere qual'è la tensione anodica da applicare al pentodo per avere una corrente anodica di 3 mA (milli-ampere) (fig. 5).

Si prende sull'asse delle I_a il punto di ordinata 3 mA e si traccia la parallela alle ascisse. Per il punto di intersezione

(A) di questa parallela con la caratteristica data si traccia la parallela all'asse delle ordinate, fino ad incontrare l'asse delle ascisse. Il segmento di ascissa intercetto fra questo punto e l'origine ci dà il valore della tensione anodica da applicare:

$$V_a = 22 \text{ volt.}$$

COSTRUZIONE DI UN DIAGRAMMA: innanzi tutto è evidente che non possiamo segnare TUTTI i punti di una linea, perchè qualunque linea è costituita da infiniti punti.

Si segna quindi un numero di punti sufficiente alla determinazione del diagramma, e per questi punti si fa passare una LINEA CURVA con l'ANDAMENTO il più possibile CONTINUO. Si trascurano cioè le ondulazioni che risulterebbero se si facesse passare detta linea per tutti i punti, ondulazioni che molto probabilmente sono dovute ad imperfezioni di esecuzione dell'esperimento o ad errori di lettura.

Per esempio: tracciare la caratteristica del triodo 6 C 5 G per valori della tensione di griglia:

$$V_g = 0; \quad V_g = - 3 \text{ volt.}$$

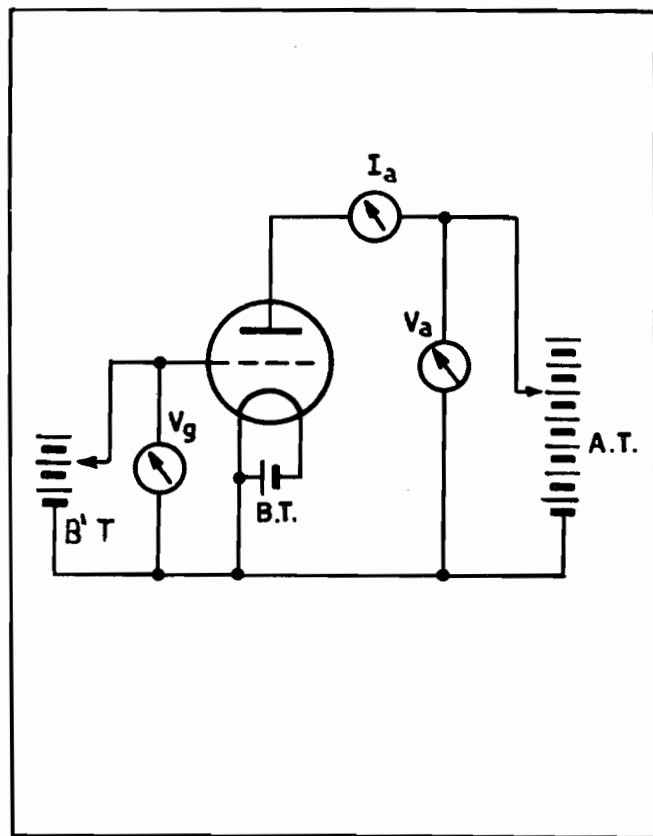


Fig. 6

Il circuito elettrico è schematizzato nella fig.6, e per semplicità si è supposto di poter fare il rilevamento della caratteristica alimentando il triodo con corrente continua.

IL FILAMENTO DEL CATODO è alimentato a tensione costante dalla batteria a bassa tensione BT; esso è quindi percorso da una corrente costante che produce un innalzamento della temperatura del filamento e quindi una emissione di elettroni. Questi vengono raccolti dalla PLACCA (anodo) in numero maggiore o minore a seconda del potenziale che la placca e la GRIGLIA hanno rispetto al catodo.

In figura sono indicate le batterie di alimentazione della placca (AT) e della griglia (B'T)

e gli strumenti di misura necessari al rilevamento che vogliamo fare: i voltmetri V_g e V_a segnano i potenziali della placca e della griglia rispetto al catodo, ed il milliamperometro (mA) segna la corrente di placca I_a .

Procediamo ora al rilevamento di un numero di punti sufficiente al tracciamento della caratteristica $I_a V_a$ (fig. 7).

Portiamo il potenziale della griglia a quello del catodo, in modo cioè che $V_g = 0$, e variamo il potenziale della placca rispetto al catodo, spostando il cursore che fa capo alle AT.

Per un determinato numero di valori della tensione di placca, letti su V_a , leggiamo sul milliamperometro i corrispondenti valori della corrente anodica, ed otteniamo: per $V_g = 0$.

V_a (volt) : 0; 10; 20;	I_a (mA) : 0; 0,5; 1;
V_a : 30; 40; 50; 60;	I_a : 1,8; 2,5; 3,2; 4;
V_a : 70; 80; 90; 100;	I_a : 5; 6; 7; 8.

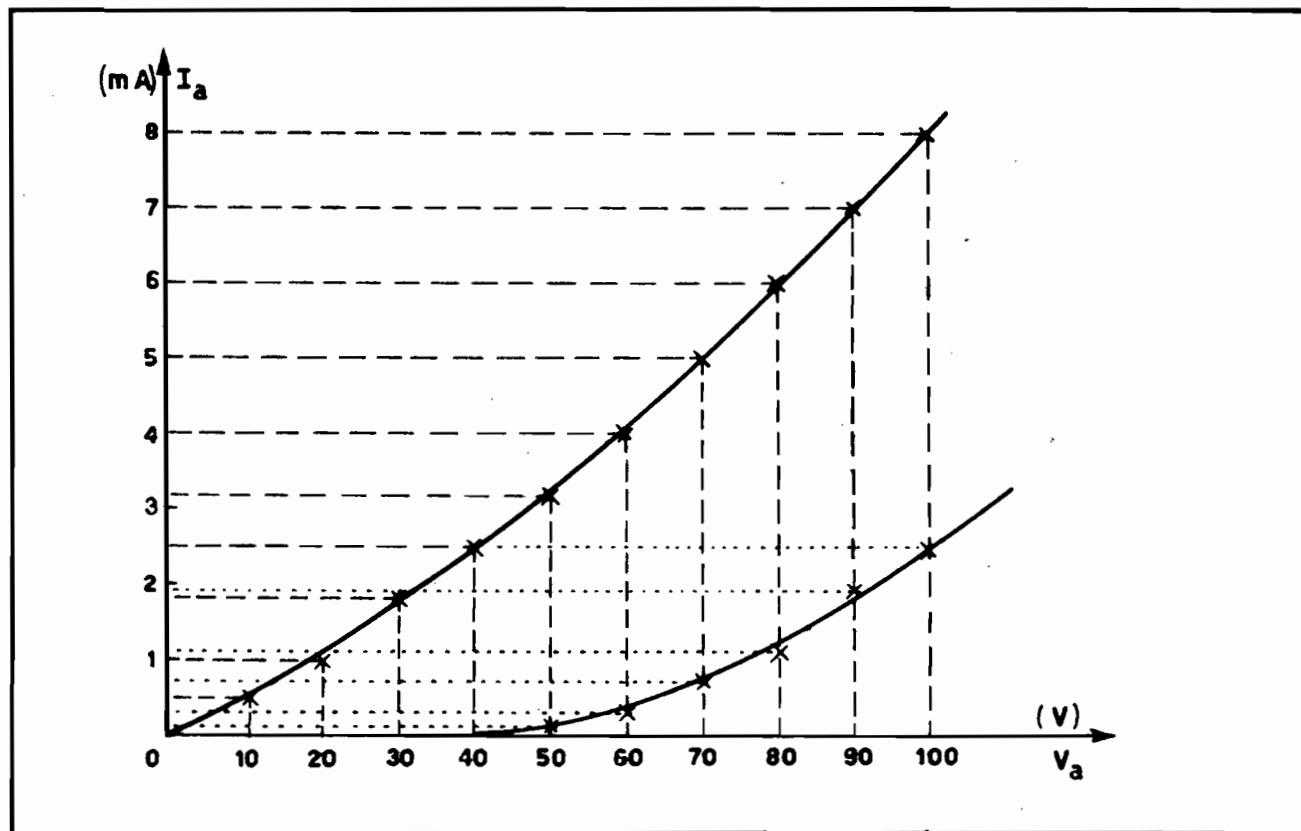


Fig. 7

Analogamente si procede per rilevare la caratteristica quando il potenziale di griglia sia negativo rispetto a quello del catodo, e precisamente sia $V_g = -3$ volt.

Basta infatti spostare il cursore che fa capo alle B'T in modo che V_g segni 3 volt, e poi spostare il cursore che fa capo alle AT, come abbiamo fatto prima. Le analoghe letture risultano:

	V_a (volt)	:0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
per $V_g = -3$ volt	I_a (mA)	:0	0	0	0	0	0,1	0,3	0,7	1,1	1,9	2,5

Per portare i punti così rilevati su un diagramma, dobbiamo innanzi tutto scegliere opportuni valori delle SCALE, per esempio:

ascisse : 1 cm = 10 volt; ordinate : 1 cm = 1 mA

Una volta segnati, col metodo già visto, i punti prima rilevati, uniamo con una linea ciascuna serie di punti, con le avvertenze già accennate.

Per questo qualche punto non risulta sulla rispettiva curva tracciata; ciò però non solo NON è causa di errore, ma anzi E' CORRETTO.

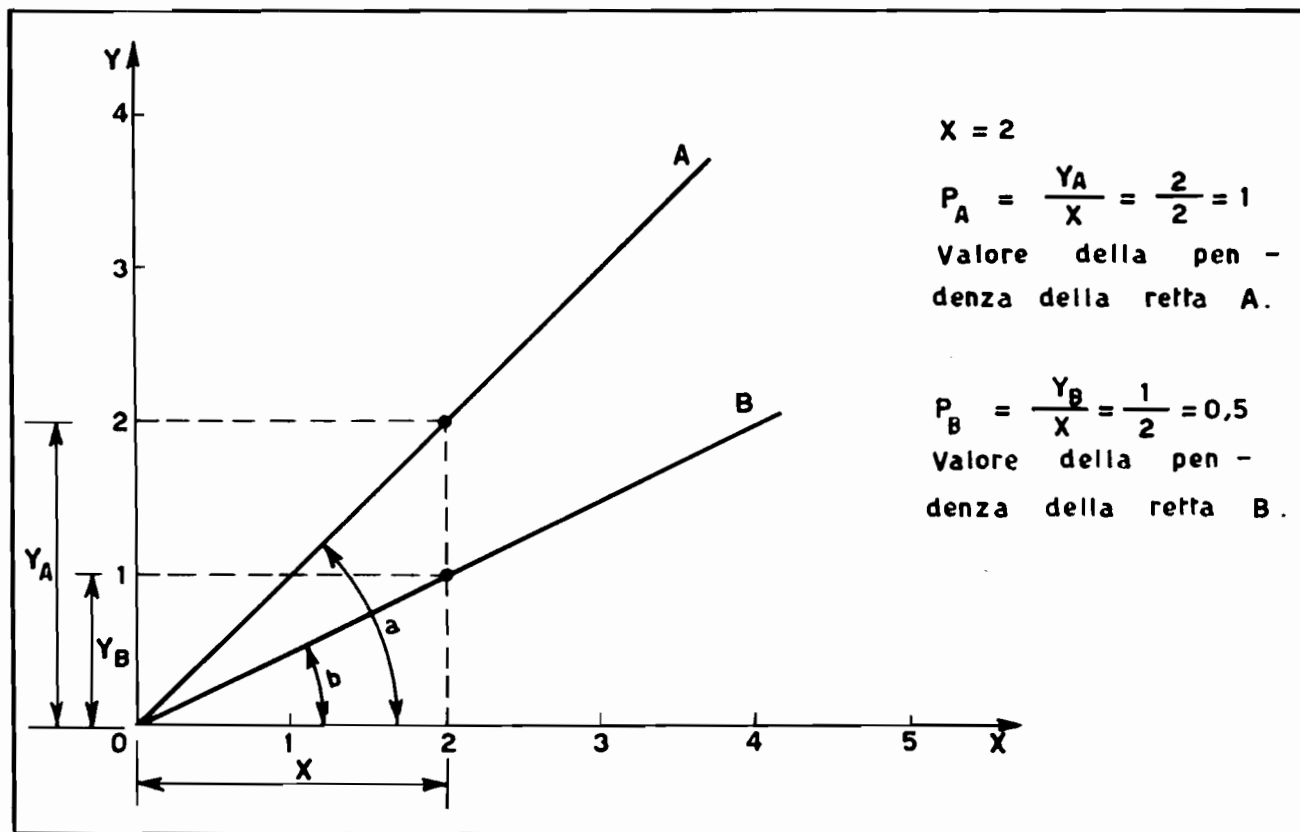


Fig. 8

In questo modo abbiamo tracciato le caratteristiche del triodo 6 C 5 G, ed in modo analogo si procederebbe per la costruzione di qualunque altro tipo di diagramma.

PENDENZA DI UNA CURVA

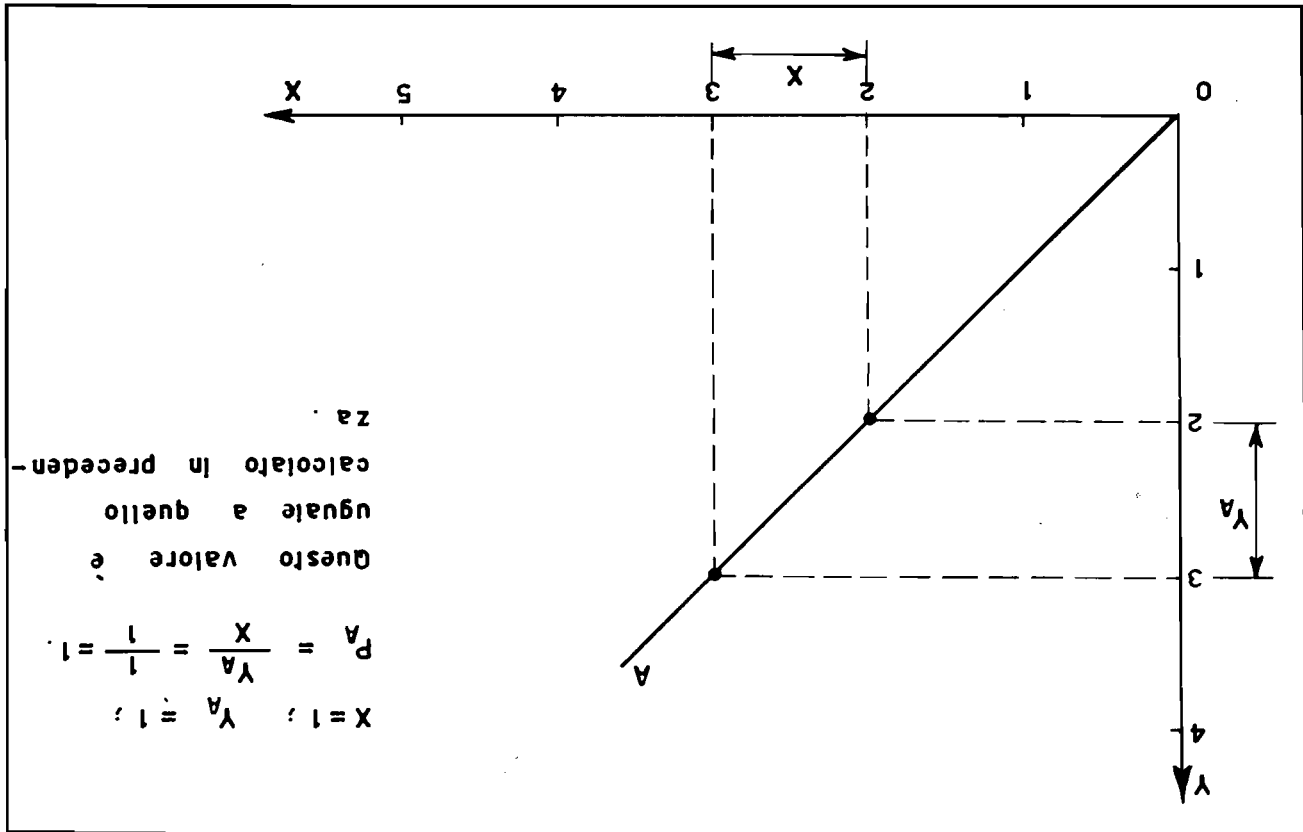
Dopo aver appreso in quale modo si può procedere per tracciare una curva qualsiasi su di un piano coordinato ed ottenere un diagramma, è indispensabile conoscere il significato esatto della parola "pendenza".

Esaminiamo la fig. 8 nella quale sono tracciate due linee rette aventi in comune il punto di inizio, cioè l'origine.

Gli angoli che queste due rette formano con l'asse delle X sono diversi quindi si dirà che è diversa la loro INCLINAZIONE o PENDENZA.

La retta A è più inclinata della retta B perchè l'angolo a è maggiore dell'angolo b.

Fig. 9



Per misurare il valore della pendenza, nel caso considerato, è sufficiente scegliere un valore qualsiasi di X , leggere il corrispondente valore di Y e dividere per W .

Se, ad esempio, le due rette del diagramma rappresentano il modo con cui si riempie un serbatoio di acqua in funzione del trascorrere del tempo, la pendenza delle due rette ci indicherà la rapidità di riempimento nei due casi considerati (litri per minuto).

Invece di misurare la pendenza calcolando il valore di X a partire dallo zero si può eseguire lo stesso calcolo misurando X ed Y in una zona qualsiasi della retta.

La fig. 9 rappresenta appunto questo modo di misurare la pendenza della retta A ; il risultato ottenuto è perfettamente eguale a quello ottenuto in precedenza perchè la linea rappresentata nel diagramma è una retta e quindi la sua pendenza uniforme.

Non altrettanto si può dire del diagramma rappresentato in fig. 10; in questo caso la linea del grafico ha un andamento irregolare e perciò la misura della pendenza è alquanto più difficile.

Non si può più parlare di pendenza uniforme per tutto il grafico, ma si deve indicare in quale zona del diagramma si è misurata la

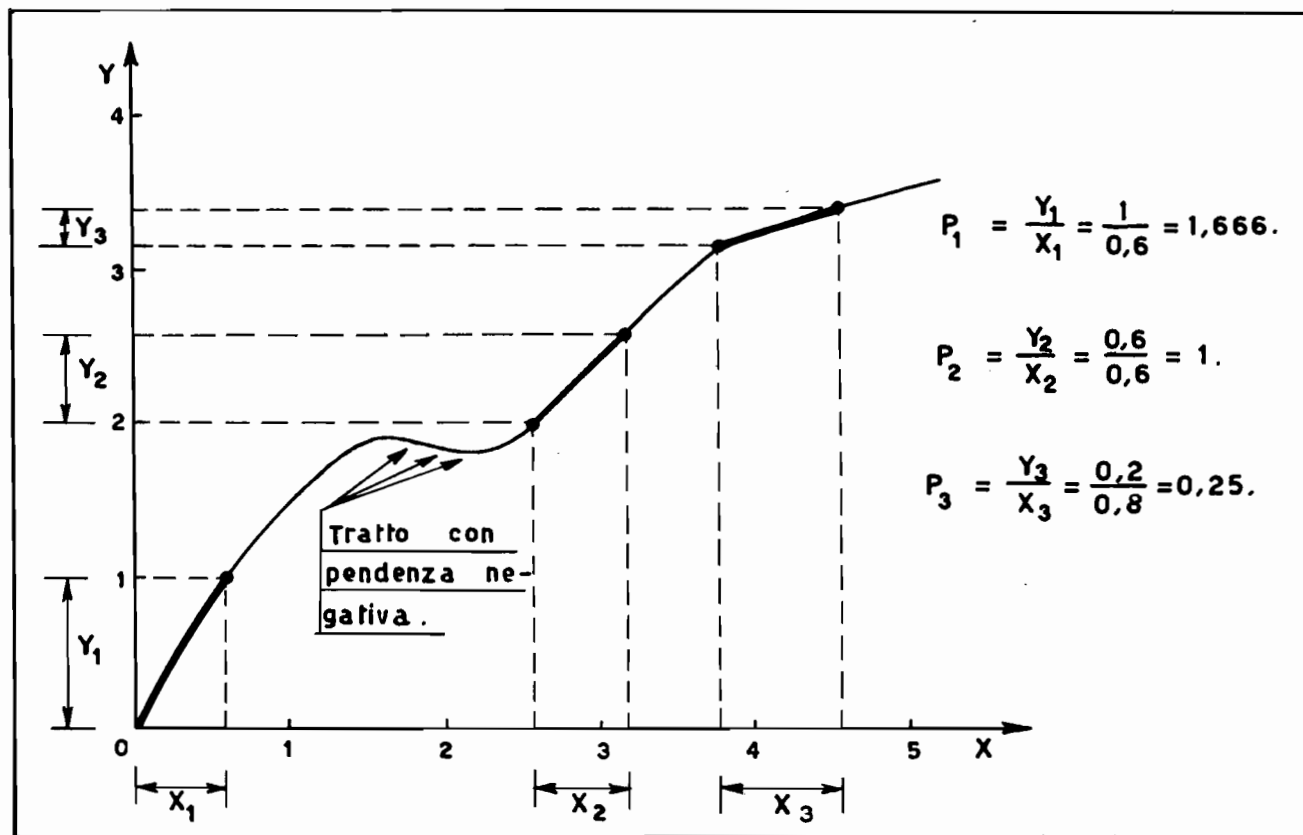


Fig. 10

pendenza.

Nella figura sono quindi indicate le zone nelle quali si è misurata la pendenza.

Il metodo usato per la misura è sempre il solito già indicato, ma si è avuto cura di scegliere un valore di X sufficientemente piccolo per ottenere una precisione elevata. Infatti quanto più il tratto in esame è limitato, tanto più esatta è la misura della pendenza nella zona considerata.

Conoscendo la pendenza in ogni punto della curva si conosce il modo con cui varia l'andamento della curva stessa e ciò può essere utile in moltissimi problemi. Un esempio dimostrerà l'importanza di saper calcolare il valore della pendenza in un punto qualsiasi.

In fig. 11 è disegnata la caratteristica mutua di un pentodo e su questa curva si è calcolato il valore della pendenza in due punti diversi. Il coefficiente S (conduttanza mutua o pendenza) è appunto dato dal valore della pendenza della caratteristica mutua.

Poichè l'amplificazione del pentodo dipende strettamente dal valore di S , si deve cercare di ottenere la massima amplificazione scegliendo il punto di lavoro in una zona della curva ove la pendenza sia massima.

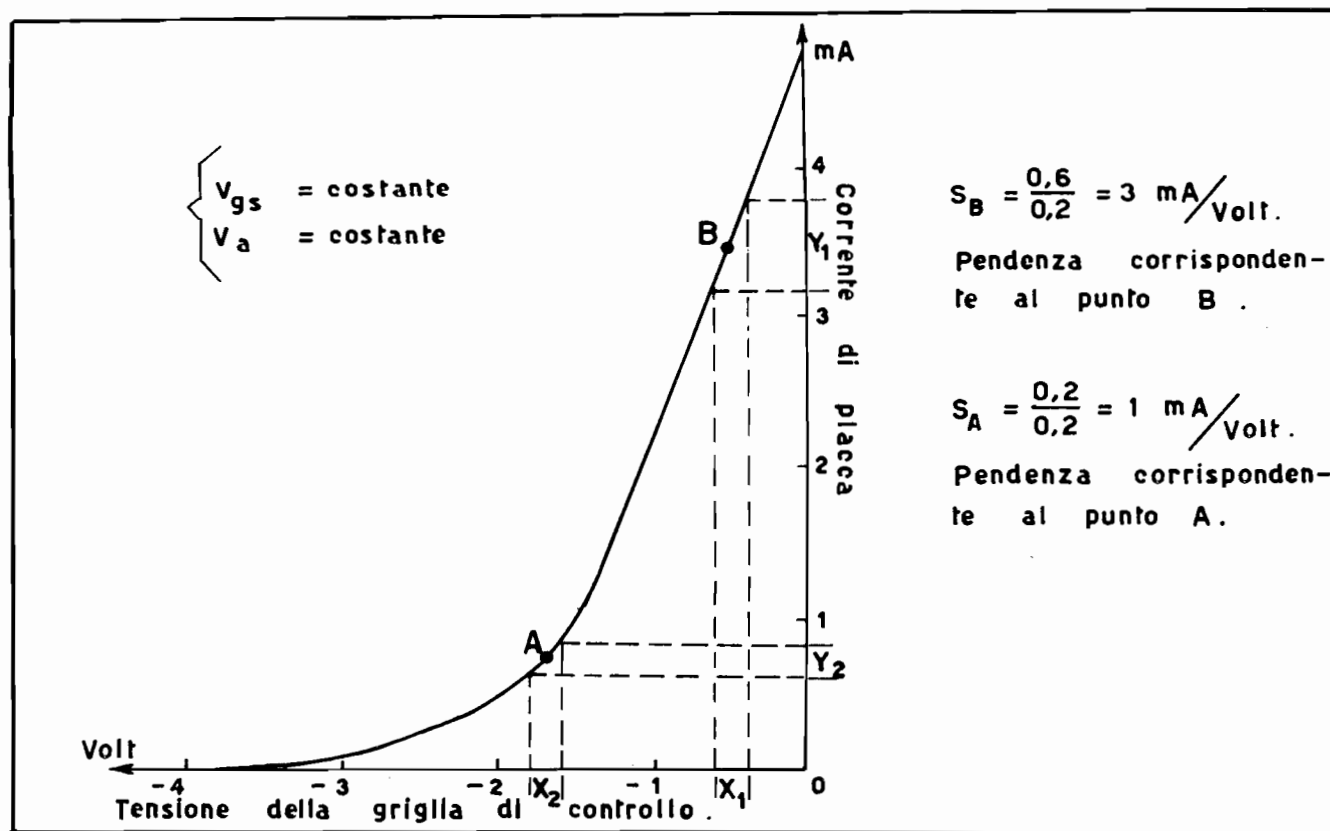


Fig. 11

Ritornando al grafico di fig. 11, sarà opportuno preferire, come zona di funzionamento, quella nei dintorni del punto B perchè in questa zona il valore della pendenza, cioè del coefficiente S, è massimo.

Avremo agio di vedere, nelle prossime Lezioni Teoriche, che i coefficienti caratteristici delle valvole rappresentano appunto la pendenza delle diverse curve caratteristiche. Se le case costruttrici forniscono di solito un solo valore per ciascun coefficiente lo fanno perchè questo valore rappresenta il massimo che si può ottenere nelle migliori condizioni di funzionamento.

Ed ecco terminate queste brevi Lezioni di Matematica.

Ho cercato di sunteggiare in esse tutto quanto potrà esserLe utile per l'ulteriore sviluppo del Corso e per una seria ed accurata preparazione professionale.

Non si preoccupi troppo se qualcosa non Le è riuscito perfettamente comprensibile; infatti via via che procederà nello studio ogni argomento Le apparirà più chiaro, perchè esso Le verrà ancora spiegato e soprattutto perchè lo potrà verificare con molta semplicità nelle esercitazioni pratiche.

(9')

RISPOSTE AGLI ESERCIZI SULLA 6a MATEMATICA

- 1) - E' la superficie di un quadrato avente come lato l'unità di lunghezza.
- 2) - La relazione tra l'ipotenusa ed i lati di un triangolo rettangolo.
- 3) - Cateti i due lati perpendicolari ed ipotenusa il lato opposto all'angolo retto.
- 4) - La prima come avente la direzione del filo a piombo, la seconda come giacente in un piano orizzontale.
- 5) - E' il segmento determinato dall'intersezione di due delle sue facce.
- 6) - Un qualsiasi segmento congiungente il vertice con un punto della periferia della base.
- 7) - Il diametro della sfera.
- 8) - Il Teorema di Pitagora. -----

(9)

ESERCIZI DI RIPETIZIONE SULLA 7a MATEMATICA

- 1) - Quali sono e come sono disposti gli assi coordinati?
- 2) - Che cosa sono i quadranti?
- 3) - Che cosa sono le coordinate di un punto?
- 4) - In che consiste stabilire la scala di un grafico?
- 5) - Per tracciare un grafico è necessario conoscere le coordinate di tutti i suoi punti?
- 6) - Come si misura la pendenza di una retta?
- 7) - Che cosa rappresenta un grafico?
- 8) - Un punto che si trovi su uno dei due assi che cosa ha di particolare?
